

QC  
1  
A613

50p 2

FEB 4 1931

5. F O L G E , 1930, B A N D 7, H E F T 8

# ANNALEN DER PHYSIK

Gegründet 1799 durch F. A. C. Gren und fort-  
geführt durch L. W. Gilbert, J. C. Poggendorff,  
G. und E. Wiedemann, P. Drude, W. Wien

Der ganzen Reihe 399. Band

Kuratorium:

F. Paschen      M. Planck      R. Pohl  
A. Sommerfeld    M. Wien    E. Warburg

Unter Mitwirkung  
der Deutschen Physikalischen Gesellschaft  
herausgegeben von

E. GRÜNEISEN, Marburg/L.  
M. PLANCK, Berlin



LEIPZIG / VERLAG VON JOHANN AMBROSIOUS BARTH

*Im Jahre 1930 erscheinen die Bände 4, 5, 6 und 7 mit je 8 Hefen. Der Abonnements-  
preis beträgt pro Band Rm. 28.— zuzüglich Rm. 1.60 für Porto bei direkter Zusendung  
für das Inland und Rm. 2.— für das Ausland. Redaktionsschluß am 5. Januar 1931.*

1930  
XU

# Inhalt

	Seite
A. Sommerfeld-München: Erwiderung auf die Angriffe von Hrn. J. Stark. Ann. d. Phys. 5. Folge. Band 4. S. 710. 1930 und Band 6. S. 663 und 681. 1930 . . . . .	889
W. Meissner und B. Voigt-Berlin-Charlottenburg, Messungen mit Hilfe von flüssigem Helium XI. Widerstand der reinen Metalle in tiefen Temperaturen. (Mit 13 Figuren.) (Schluß.) . . . .	892
Karl Wolf-Ludwigshafen a. Rh., Über das Einfangen von Elek- tronen durch Protonen. (Mit 8 Figuren.) . . . . .	937
H. Stenzel-Berlin-Reinickendorf: Über die akustische Strahlung von Membranen. (Mit 16 Figuren.) . . . . .	947
W. Boas und E. Rupp-Berlin: Über Elektronenbeugung an sauer- stoffbedecktem Wolfram. (Mit 4 Figuren.) . . . . .	983

Die Redaktion der Annalen wird von den auf der Titelseite ge-  
nannten Herren besorgt. Es wird gebeten, Manuskripte an Herrn **Geh.-Rat**  
**Prof. Dr. E. Grölneisen, Marburg/L., Mainzer Gasse 33**, einzusenden.

Die Redaktion bittet, die Manuskripte **druckfertig** einzuliefern und in  
den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu  
überschreiten.

Für die Aufnahme von Dissertationen gelten besondere Bedingungen,  
welche vom Verlag bekanntgegeben werden.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 **Sonderabdrücke** jeder Arbeit  
kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies  
bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen  
erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffen-  
den Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Mitglieder der Deutschen Physikalischen Gesellschaft können die  
Annalen zu einem Vorzugspreis beziehen.

Anderweitiger **Abdruck** der für die Annalen bestimmten Abhand-  
lungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist  
ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

Den zur Veröffentlichung eingereichten Abhandlungen ist die Mit-  
teilung beizufügen, daß eine Publikation an anderer Stelle nicht erfolgt ist.

Die **Zeichnungen** sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den  
Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manu-  
skript selbst einzuzichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den  
Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau  
anzugeben, wo sie hingehören.

Bei den **Zitaten** wolle man die Abkürzungen der Zeitschriftentitel  
nach dem Verzeichnis wählen, welches jedem Jahrgang der „Physika-  
lischen Berichte“ vorangestellt ist.

V  
7

1  
C  
3  
9

XU

*Er*

der  
und  
Ang  
und  
Pub  
Ref  
hatt  
ersch  
nur  
auch  
die  
Glar  
dyn  
zu l

des  
des  
Hrn  
dem

Ann  
eine  
blätt  
dabe  
sich  
phys  
die

An



# ANNALEN DER PHYSIK

5. FOLGE, 1930, BAND 7, HEFT 8

*Erwiderung auf die Angriffe von Hrn. J. Stark,*

*Ann. d. Phys. 5. Folge. Band 4. S. 710. 1930*

*und Band 6. S. 663 und 681. 1930*

*Von A. Sommerfeld*

Es liegt mir fern, mit Hrn. Stark über die Kausalität in der modernen Physik oder über die duale Natur von Korpuskel und Welle diskutieren zu wollen. Dazu müßte Hr. Stark seine Angriffe gegen die neue Theorie auf die Originalarbeiten stützen und nicht, wie er es in der letzten seiner oben genannten Publikationen tut, nur auf die notwendig unvollständigen Referate, die ich in gelegentlichen Vorträgen davon zu geben hatte, oder auf Referate meiner Vorträge, die in der Tagespresse erschienen sind. Hr. Stark ignoriert bei seinen Angriffen nicht nur die allgemeine Entwicklung der Theorie seit 1926, sondern auch die experimentellen Tatsachen der Elektronenbeugung, die Hand in Hand mit der Theorie entdeckt worden sind. Glaubt Hr. Stark wirklich, diese Tatsachen „gemäß den dynamischen Grundgesetzen“ der Physik genau vorausbestimmen zu können (a. a. O. S. 686)?

Noch ferner liegt es mir, auf den persönlichen Vorwurf des Dogmatismus oder des Gesinnungswechsels (also eigentlich des Gegenteils von Dogmatismus) zu antworten. Ich bestreite Hrn. Stark vielmehr das Recht, sich mit meiner Person vor dem Leserkreis der Annalen zu beschäftigen.

Auf die erste der genannten Arbeiten habe ich, um den Annalenlesern diese unerfreulichen Diskussionen zu ersparen, in einer Fußnote zu einem Vortrag in Würzburg (Unterrichtsblätter 36. 1930) geantwortet. Nur die zweite Arbeit bedarf daher hier einer kurzen Erwiderung. Diese Erwiderung richtet sich weniger an Hrn. Stark, welcher den Sachverhalt aus der physikalischen Literatur kennen sollte, als an die Chemiker, die durch Hrn. Starks Darstellung irreführt werden könnten

An der sphärischen Symmetrie der Ladungsverteilung abgeschlossener Schalen oder der Grundzustände des Wasserstoffs, der Alkalien, der Edelmetalle usw. ist nicht zu rütteln, wenn man nicht die ganze Wellenmechanik mit ihren zahllosen, für das Experiment unentbehrlichen Konsequenzen aufgeben will. Aber neben der Ladungsverteilung ist der Elektronenspin zu berücksichtigen, der heutzutage keine willkürliche Hypothese mehr ist, sondern mit Notwendigkeit aus der relativistischen Wellengleichung von Dirac folgt. Nichtpolare Bindung bedeutet gegenseitige Absättigung der Elektronenspins im Sinne des Paulischen Prinzips, während polare Bindung lediglich auf der Coulombschen Anziehung der Ionenschalen und den quantenmechanischen Austauschkräften beruht. Die Folgerung, die G. N. Lewis aus der Gesamtheit der chemischen Tatsachen gezogen hat, daß nämlich an einer chemischen Bindung immer zwei Elektronen beteiligt sind (bei einer Doppelbindung vier usw.), daß also jeder nichtpolare Bindungsstrich einer Wechselwirkung je eines Elektrons des einen mit einem Elektron des anderen chemischen Partners bedeutet, erhält dadurch eine physikalische Grundlage. Von hier aus haben zunächst Heitler und London (*Ztschr. f. Phys.* **44**, S. 455. 1927), erstmalig die Bindung zweier Wasserstoffatome zur  $H_2$ -Molekel verfolgen und gleichzeitig zeigen können, weshalb es eine stabile  $He_2$ -Molekel im Grundzustande nicht geben könne. Ferner hat London (*Ztschr. f. Phys.* **46**, S. 455. 1928), die binären Verbindungen im allgemeinen betrachtet und dabei auch die Vierwertigkeit des Kohlenstoffs durch die den vier *L*-Elektronen zugehörigen Spins erläutert. Vgl. auch speziell wegen des vierwertigen Kohlenstoffs Heitler und Herzberg (*Ztschr. f. Phys.* **53**, S. 52. 1929).

Also: Bei den polaren Verbindungen kommt man mit den Coulombschen Kräften der Ladungswolken aus, man hat sie nur noch durch die quantenmechanischen Austauschkräfte zu ergänzen. Bei den nichtpolaren Verbindungen kommt als wesentlich der Elektronenspin und seine Absättigung hinzu. Diese Absättigung entspricht durchaus der Idee des chemischen Bindungsstriches.

Das ungeheure Erfahrungsmaterial der Chemiker wird auf diese Weise an die Postulate der physikalischen Theorie an-

geschlossen. Daß es dadurch nicht vollständig erklärt wird, ist selbstverständlich. Denn die physikalische Theorie kann nur einfache typische Fälle behandeln, während die Chemie und ganz besonders die Chemie der Kohlenstoffverbindungen überwiegend mit komplizierten Molekülen arbeitet. Es kommt der Physik nicht zu, diese Arbeit ersetzen oder verbessern zu wollen. Aber sie kann zur prinzipiellen Klärung des Valenzbegriffes beitragen, ebenso wie sie die Fragen des Atombaues und des periodischen Systems beleuchten konnte. Wer das leugnet, hat die moderne Entwicklung nicht mitgemacht.

(Eingegangen 20. November 1930)

**Messungen mit Hilfe von flüssigem Helium XI**  
**Widerstand der reinen Metalle in tiefen Temperaturen**  
**Von W. Meissner und B. Voigt**

(Mit 13 Figuren)

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt)

(Schluß)

4. Gruppe

Von den Elementen dieser Gruppe wurden alle bis auf Hafnium untersucht.

a) Kohlenstoff (Montierungsart 3)

Kohlenstoff wurde bis jetzt von uns in Gestalt eines Glühlampenkohlefadens und eines Stückes Graphit geprüft. Während der Widerstand des ersteren dauernd ansteigt, hat das untersuchte Graphitstück einen solchen Widerstandsverlauf, daß  $r$  nach einem Maximum im Temperaturgebiet zwischen  $20^{\circ}$  und  $90^{\circ}$  abs. bei  $4,2^{\circ}$  abs. wieder nahezu gleich 1 wird, um dann nochmals im Temperaturgebiet des flüssigen Heliums beträchtlich zu steigen. Dieser Widerstandsverlauf entspricht aber bekanntlich nicht dem Verhalten des reinen Graphits, wie aus Arbeiten von D. E. Roberts<sup>1)</sup>, Kamerlingh Onnes und K. Hof<sup>2)</sup>, Pirani und Fehse<sup>3)</sup> und Ryschkewitsch<sup>4)</sup> hervorgeht. Messungen an Graphiteinkristallen sind von uns begonnen, konnten aber wegen Schwierigkeiten, die auftraten, noch nicht beendet werden.

1) D. E. Roberts, Ann. d. Phys. (4) **40**. S. 453. 1913.

2) H. Kamerlingh u. K. Hof, Comm. Leiden Nr. 142b, 1914.

3) M. Pirani u. W. Fehse, Ztschr. f. Elektrochem. **29**. S. 168. 1923.

4) E. Ryschkewitsch, Ztschr. f. Elektrochem. **29**. S. 474. 1923.

Tabelle 21. Kohlenstoff

Atom-Nr. Kristallsystem	Metall	6 — Kohle 1	6 trig. Graphit 1
Herkunft, Verunreinigung		aus Glühlampe ?	Kahlbaum (Ceylon) ?
Behandlung		gebrannt	aus einem Stück herausgeschnitten
Länge Dicke		52 mm 0,2 mm $\phi$	34 mm 3,5 $\times$ 4 mm
Abstand der Stromdrähte		51,5 mm	28 mm
Abstand der Spannungsdrähte		43,7 mm	22 mm
He-Dampfdruck mm Hg	Grad abs.	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{beob.}}$
—	273,16	1	1
—	88,19	—	1,39 <sub>4</sub>
—	78,30	—	1,41 <sub>3</sub>
—	78,23	1,145	—
—	20,45	—	1,39 <sub>0</sub>
—	20,44	1,163	—
776,3	4,22	—	1,07 <sub>7</sub>
774,4	4,22	1,182	—
1,9	1,32	1,193	—
1,4	1,27	—	1,40 <sub>4</sub>
$R_0$ in $\Omega$ bei 273,16		46,7	0,19 <sub>6</sub>

Tabelle 22. Silicium

Atom-Nr. Kristallsystem	Metall	14 K.	Si 1
Herkunft, Verunreinigung		de Haën geschm.	0,5% Fe u. Al Spuren Ca
Behandlung		abgeätzt	
Länge Dicke		25 mm 7 $\times$ 7 mm	
Abstand der Stromdrähte		18 mm	
Abstand der Spannungsdrähte		4,7 mm	
He-Dampfdruck mm Hg	Grad abs.	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{red.}}$
—	273,16	1	—
—	88,30	9,55 <sub>4</sub>	—
—	77,61	12,2 <sub>7</sub>	—
—	20,44	65,4	—
768,5	4,21	190	—
1,05	1,22	21	—
$R_0$ in $\Omega$ bei 273,16		1,26	

## b) Silicium (Montierungsart 8). (Tab. 22)

Untersucht wurde ein Stück geschmolzenes Silicium Si 1 und ein einzelner Kristall Si 2, für den die Meßergebnisse in Tab. 22 nicht mit aufgenommen sind. Der Widerstand von Si 1 steigt bis  $4,2^\circ$  abs. beträchtlich an, fällt dann aber im Temperaturgebiet von  $4,2^\circ$  bis  $1,2^\circ$  abs.<sup>1)</sup> wieder stark ab. Der Siliciumkristall Si 2 dagegen, der in flüssigem Helium einen doppelt so großen Widerstand wie bei  $0^\circ\text{C.}$  hatte, zeigte diesen Abfall zwischen  $4^\circ$  und  $1^\circ$  abs. nicht. Einen metallischen, überall positiven Temperaturkoeffizienten, wie ihn H. J. Seemann<sup>2)</sup> bis herab zur Temperatur der flüssigen Luft feststellte, fanden wir an Siliciumkristallen der Firma de Haën bis jetzt nicht. Doch werden diese Messungen an Einkristallen noch fortgesetzt.

## c) Titan (Montierungsart 3)

Von Titan haben wir zwei Proben untersucht, erstens geschmolzenes Titan von der Firma Kahlbaum und zweitens Titan, das Herr Dr. de Boer<sup>3)</sup>, Eindhoven, aus der Gasphase abschied und uns freundlicher Weise zur Verfügung stellte. Ti 1 wurde bis herab zu  $1,24^\circ$  abs. untersucht; es hat bei dieser Temperatur noch einen Widerstand von etwa  $0,9 R_0$ . Ti 2 jedoch hat bei  $1,26^\circ$  abs. einen Widerstand von nur noch  $0,2 R_0$  und wird, wie früher<sup>4)</sup> bereits mitgeteilt, aller Wahrscheinlichkeit nach bei etwa  $1,1^\circ$  abs. supraleitend. Bei  $1,13^\circ$ , der tiefsten erreichten Temperatur, ist  $R$  nur noch  $0,001 R_0$ . An einem andern Ti-Stäbchen wurde kürzlich von dem einen von uns bei einer etwas höheren Temperatur völlige Supraleitfähigkeit festgestellt.

Über die charakteristische Temperatur scheinen bisher keine Angaben vorzuliegen. Aus unseren Messungen ergibt

1) W. Meissner, Die Naturwissenschaften 17. S. 390. 1929.

2) H. J. Seemann, Phys. Ztschr. 28. S. 765. 1927; 29. S. 94. 1928.

3) A. E. v. Arkel und J. H. de Boer, Ztschr. f. anorg. u. allg. Chem. 148. S. 345. 1925; P. Clausing und G. Moubis, Physica 7. S. 245–250. 1927. Nr. 7.

4) W. Meissner, Ztschr. f. Phys. 60. S. 181. 1930.

Tabelle 23. Titan

Atom-Nr. Kristall- system	Metall	22 hex.	Ti 1	Ti 2		$\theta = 342$ , berechnet nach Formel (2a)
Herkunft, Verunreinigung	Kahlb. <small>etwa 1% Fe; 0,1% V;</small> geschm. <small>Oxide, Karbide (?)</small>	de Boer aus Gas- <small>0,2% Zn; 0,03% Pb; auf Fe nicht untersucht</small> Eindh. phase				
Behandlung	abgeätzt		—			
Länge	13 mm		33,5 mm 2 mm $\phi$			
Dicke	2,5 $\times$ 3 mm		auf dünner Wolfram-Seele			
Abst. d. Stromdr. „ d. Spanngadr.	9,5 mm 4,5 mm		29 mm 23 mm			
He-Dpfd. mm Hg	Grad abs.	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{red.}}$	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{red.}}$	$r_{\text{ber.}}$
—	273,16	1	—	1	1	1
—	88,19	—	—	0,3505	0,178 <sub>7</sub>	0,182 <sub>5</sub>
—	86,02	1,010 <sub>1</sub>	—	—	—	—
—	77,87	1,010 <sub>0</sub>	—	—	—	—
—	77,61	—	—	0,3180	0,137 <sub>6</sub>	0,137 <sub>6</sub>
—	20,46	—	—	0,2180	0,011 <sub>1</sub>	0,001 <sub>1</sub>
—	20,41	1,011 <sub>7</sub>	—	—	—	—
771,6	4,21	—	—	0,215	0,007 <sub>3</sub>	0,000 <sub>6</sub>
760,4	4,20	0,906	—	—	—	—
1,7	1,30	—	—	0,211	0,002 <sub>3</sub>	0,000 <sub>0</sub>
1,3	1,26	—	—	0,203	—	—
1,2	1,24	0,902	—	—	—	—
0,7	1,17	—	—	0,154	—	—
0,5	1,13	—	—	0,0014	—	—
—	0,00	—	—	(0,209 <sub>2</sub> ) <sup>1)</sup>	—	—
$R_0$ in $\Omega$ b. 273,16		1,694 $\cdot 10^{-2}$		3,973 $\cdot 10^{-3}$ <sup>2)</sup>		—

sich der Wert  $\theta = 342$ . Nach C. Blom berechnet man im Mittel  $\theta = 478$ .

Als spezifischer elektrischer Widerstand des Titans 2 ergibt sich ohne Berücksichtigung der dünnen Wolframseele etwa der Wert  $\rho_0 = 54 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ cm}$  bei  $0^\circ \text{ C}$ .

1) Extrapoliert aus dem Verlauf zwischen  $4,2^\circ$  und  $1,3^\circ$  abs.

2) In der Sonderveröffentlichung [W. Meissner, Ztschr. f. Phys. 60. S. 181. 1930] ist  $R_0 = 4,47 \cdot 10^{-3}$  angegeben, weil der Widerstand vor d. Messg. in fl. He neu montiert worden war.

## d) Zirkonium (Montierungsart 4)

Auch von Zirkonium standen uns zwei verschiedene Proben zur Verfügung, eine von Herrn Dr. v. Arkel<sup>1)</sup>, Eindhoven, aus der Gasphase abgeschiedene und ein Draht von der Fa. Osram. Beide Sorten zeigen metallische Leitfähigkeit. Der Restwiderstand von Zr 2 (Osram) beträgt etwa  $0,11 R_0$ , derjenige des Einkristalles Zr 1 nur  $0,04 R_0$ . Der Widerstand

Tabelle 24. Zirkonium

Atom-Nr. Kristall- system	Metall	40 hex.	Zr 1	$\theta = 288,$ berechnet nach Formel (2a)	Zr 2		$\theta = 274,$ berechnet nach Formel (2a)
Herkunft, Verunreinigung	0,3 % Hf, v. Arkel 0,01 % Zn Philips Fe nicht unters.				Osram	?	
Behandlung	—				i. Vak. 2½ st. 500°C		
Länge Dicke	etwa 75 mm 5 mm $\phi$ auf Seele von W, etwa 1 mm $\phi$				etwa 60 mm 0,490 mm auf Pintschfaden, 0,050 mm $\phi$		
Abst. d. Stromdr. „ d. Spanngsdr.	61 mm 52 mm				58,0 mm 51,5 mm		
He-Dpfdr. mm Hg	Grad abs.	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{red.}}$	$r_{\text{ber.}}$	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{red.}}$	$r_{\text{ber.}}$
—	273,16	1	1	1	1	1	1
—	88,19	0,2380	0,2067	0,2107	—	(0,2145)	0,2183
—	86,14	—	(0,1991)	0,2016	0,2924	0,2059	0,2091
—	83,57	0,2214	0,1895	0,1900	—	(0,1956)	0,1980
—	78,42	—	(0,1703)	0,1677	0,2648	0,1750	0,1750
—	77,61	0,1971	0,1642	0,1642	—	(0,1718)	0,1715
—	77,59	0,1970	0,1641	0,1641	—	(0,1717)	0,1715
—	20,46	0,0443 <sub>3</sub>	0,0051 <sub>6</sub>	0,0022 <sub>3</sub>	—	—	0,0025 <sub>4</sub>
—	20,45	—	—	0,0022 <sub>3</sub>	0,1124	0,0039	0,0025 <sub>4</sub>
776,3	4,22	0,0421	0,0028	0,0000 <sub>6</sub>	—	—	—
767,5	4,21	—	—	—	0,109 <sub>0</sub>	0,0001	0,0000 <sub>6</sub>
2,3	1,36	0,0403	0,0009	0,0000 <sub>6</sub>	—	—	—
1,1	1,23	—	—	—	0,108 <sub>0</sub>	0,0000	0,0000 <sub>6</sub>
0,5	1,13	0,0388	—	—	—	—	—
—	0,00	(0,0391) <sup>1)</sup>	—	—	(0,108 <sub>0</sub> )	—	—
$R_0$ in $\Omega$ b. 273,16		$1,111 \cdot 10^{-3}$		—	$1,241 \cdot 10^{-1}$		—

1) A. E. van Arkel und J. H. de Boer, Ztschr. f. anorg. u. allg. Chem. **148**, S. 345. 1925; P. Clausing u. G. Moubis, Physica **7**, S. 245 bis 250. 1927. Nr. 7.

2) Extrapoliert aus dem Verlauf zwischen  $4,22^\circ$  und  $1,36^\circ$  abs.



von Zr 1 sinkt zwischen  $1,36^{\circ}$  und  $1,13^{\circ}$  schneller als zwischen  $4,22^{\circ}$  und  $1,36^{\circ}$  abs., was vielleicht als Anfang der Übergangskurve zur Supraleitfähigkeit aufzufassen ist.

Zirkon ist auch in Leiden von de Haas und Voogd<sup>1)</sup> untersucht worden, wobei sich im Temperaturgebiet des flüssigen Heliums bis herunter zu  $1,3^{\circ}$  abs. keine Widerstandsabnahme ergab.

Auch bei Zirkon liegen Angaben über die charakteristische Temperatur bisher nicht vor. Aus unseren Beobachtungen ergibt sich im Mittel  $\theta = 281$ .

Für den spezifischen elektrischen Widerstand ergibt sich unter Berücksichtigung der bei beiden Zirkonsorten vorhandenen Wolframseelen bei Zr 1 der Wert  $\rho_0 = 6 \cdot 10^{-5} \Omega \text{ cm}$ , bei Zr 2 etwa der Wert  $\rho_0 = 4,9 \cdot 10^{-5} \Omega \text{ cm}$  bei  $0^{\circ} \text{ C}$ . Aus Messungen von P. W. Bridgman<sup>2)</sup> folgt der Wert  $\rho_0 = 4,4 \cdot 10^{-5} \Omega \text{ cm}$ . Clausing u. Moubis (a. a. O.) fanden  $\rho_0 = 4,1 \cdot 10^{-5} \Omega \text{ cm}$ .

# e) Cer (Montierungsart 3 und 6)

Das untersuchte geschmolzene Cer weist nur einen geringen Widerstandsabfall mit sinkender Temperatur auf. Eine Berechnung von  $\theta$  ist nicht möglich.

Tabelle 25. Cer

Atom-Nr. Kristallsystem	Metall	58 hex. dichtestgepackt	Ce 1
Herkunft, Verunreinigung		de Haën geschmolzen	?
Behandlung		im Glasrohr mit He-Gas eingeschlossen	
Länge Dicke		—	3 mm
Abstand d. Stromdrähte		6 mm	
Abstand d. Spannungsdrähte		3 mm	
He-Dampfdruck mm Hg	Grad abs.	$r_{\text{beob.}}$	
—	273,16	1	
—	86,90	0,842	
—	77,77	0,816	
—	20,41	0,749	
769,6	4,21	0,686	
3,3	1,43	0,697	

$R_0$  in  $\Omega$  bei 273,16

$1,878 \cdot 10^{-4}$

1) W. J. de Haas u. J. Voogd, Comm. Leiden Nr. 194c, S. 27. 1928.

2) P. W. Bridgman, Proc. of the Amer. Acad. 63. S. 347. 1928.

## f) Thorium (Montierungsart 3)

Es wurde nur ein aus der Gasphase<sup>1)</sup> abgeschiedener Einkristall untersucht, der uns von Hrn. Dr. J. H. de Boer, Eindhoven, zur Verfügung gestellt worden war. Über die Supraleitfähigkeit von Thorium wurde schon früher von dem einen<sup>2)</sup> von uns berichtet. Der Sprungpunkt des untersuchten Thoriummetalles liegt bei etwa  $1,4^\circ$  abs., der Abfall erstreckt sich über das verhältnismäßig breite Temperaturintervall von etwa  $0,2^\circ$ .

Thorium scheint von anderer Seite noch nicht untersucht zu sein. Aus unseren Messungen ergibt sich als charakteristische Temperatur  $\theta = 168$ .

Tabelle 26. Thorium

Atom-Nr. Kristallsystem	Metall	90 K. fr.	Th 1	$\theta = 168$ , berechnet nach Formel (2 a)
Herkunft, Verunreinigung		de Boer Eindhoven	Einkrist. $< 0,1\%$ Fe	
Behandlung		—		
Länge Dicke		12,5 mm 3 mm $\phi$ auf dünner Wolfram-Seele		
Abstand der Stromdrähte Abstand der Spannungsdrähte		9 mm 3 mm		
He-Dampfdruck mm Hg	Grad abs.	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{red.}}$	$r_{\text{ber.}}$
—	273,16	1	1	1
—	86,15	0,278 <sub>5</sub>	0,266 <sub>5</sub>	0,267 <sub>4</sub>
—	77,93	0,245 <sub>4</sub>	0,232 <sub>5</sub>	0,232 <sub>5</sub>
—	20,44	0,030 <sub>9</sub>	0,014 <sub>7</sub>	0,010 <sub>6</sub>
769,6	4,21	$1,71 \cdot 10^{-2}$	0,0007	0,000 <sub>6</sub>
5,2	1,53	$1,57 \cdot 10^{-2}$	—	—
4,2	1,49	$1,36 \cdot 10^{-2}$	—	—
4,1 <sub>5</sub>	1,48 <sub>5</sub>	$1,21 \cdot 10^{-2}$	—	—
2,4	1,36 <sub>5</sub>	$0,23 \cdot 10^{-2}$	—	—
2,0	1,33 <sub>5</sub>	$0,00 \cdot 10^{-2}$	—	—
1,0	1,22 <sub>5</sub>	$< 7 \cdot 10^{-3}$	—	—
—	0,00	$(1,64 \cdot 10^{-2})^3$	—	—
$R_0$ in $\Omega$ bei 273,16		$5,627 \cdot 10^{-5}$		—

1) A. E. van Arkel u. J. H. de Boer, Ztschr. f. anorg. u. allg. Chem. 148. S. 345. 1925.

2) W. Meissner, Ztschr. f. Phys. 61. S. 191. 1930.

3) Extrapoliert aus dem Verlauf zwischen  $4,2^\circ$  und  $1,5^\circ$  abs.

Als Wert für den spezifischen elektrischen Widerstand bei 0° C. ergibt sich etwa  $\rho_0 = 13 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ cm}$ .

g) Germanium (Montierungsart 1)

Das untersuchte Germanium, das uns Herr Dr. d'Ans zur Verfügung stellte, hat ein Widerstandsmaximum im Temperaturgebiet der flüssigen Luft. Der Widerstand fällt dann wieder ab, um in Heliumtemperaturen einen konstanten, aber größeren Widerstand als bei 0° C anzunehmen.

Tabelle 27. Germanium

Atom-Nr. Kristallsystem	Metall	32 K. Diamantgitter		Ge 1
Herkunft, Verunreinigung		d'Ans Auer	geschmolzen	0,05 % Sn 0,01 % Pb
Behandlung		—		
Länge Dicke		Regulus	etwa 12,0 mm etwa 6 × 11,5 mm	
Abstand der Stromdrähte Abstand der Spannungsdrähte			10,5 mm 6,0 mm	
He-Dampfdruck mm Hg	Grad abs.	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{red.}}$	
—	273,16	1	—	
—	85,68	1,33 <sub>2</sub>	—	
—	78,00	1,35 <sub>0</sub>	—	
—	20,45	1,30 <sub>1</sub>	—	
763,2	4,20	1,28 <sub>0</sub>	—	
1,6	1,31	1,28 <sub>0</sub>	—	
1,0	1,22	1,28 <sub>0</sub>	—	
$R_0$ in $\Omega$ bei 273,16		$9,59 \cdot 10^{-3}$		

C. C. Bidwell<sup>1)</sup> untersuchte an reinem Germanium ebenfalls den Widerstandsverlauf und fand zwischen 273° und 80° abs. bei 157° ein Widerstandsminimum von etwa der Größe 0,8  $R_0$ . Das Germanium Bidwells scheint etwas reiner als unser Germanium zu sein. Bidwell fand nämlich als spezifischen Widerstand 0,089  $\Omega \text{ cm}$ , wir für unsere Probe etwa 0,054  $\Omega \text{ cm}$ . Ganz reines Germanium mit Diamantgitter wird vielleicht ebenso wie Diamant völlig nichtleitend sein.

1) C. C. Bidwell, Phys. Rev. [2] 19. S. 447. 1922.

Es sind Versuche in die Wege geleitet, eine andere Modifikation des Germaniums, die dem Graphit bzw. weißem Zinn entsprechen würde, zu gewinnen, was nach Angaben in der Literatur vielleicht gelingen kann.

## h) Zinn (Montierungsart 2)

Tab. 28 gibt die früheren Messungen des einen<sup>1)</sup> von uns wieder. Der Sprungpunkt liegt bei etwa 445 mm Hg, d. h. 3,71° abs., während er nach den Leidener<sup>2)</sup> Messungen bei

Tabelle 28. Zinn

Atom-Nr. Kristallsystem	Metall	50 tetrag.	Sn 1	
Herkunft, Verunreinigung		?	?	
Behandlung				$\theta = 210$ , berechnet nach Formel (2)
Länge			57,2 mm	
Dicke			0,7 mm $\phi$	
Abstand der Stromdrähte			57,2 mm	
Abstand der Spannungsdrähte			51,5 mm	
He-Dampfdruck mm Hg	Grad abs.	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{red.}}$	$r_{\text{ber.}}$
—	273,16	1	1	1
—	88,23	0,2457	0,2451	0,2476
—	84,87	0,2321	0,2315	0,2330
—	81,75	0,2191	0,2185	0,2197
—	79,97	0,2126	0,2120	0,2120
—	20,41	0,01196	0,01122	0,00509
—	20,37	0,01139	0,01065	0,00505
762,4	4,20	$7,89 \cdot 10^{-4}$	$0,39 \cdot 10^{-4}$	$0,091 \cdot 10^{-4}$
464,4	3,74	$7,57 \cdot 10^{-4}$	$0,07 \cdot 10^{-4}$	$0,05_8 \cdot 10^{-4}$
458,6	3,73	$7,19 \cdot 10^{-4}$	—	—
429,0	3,67	$0,01 \cdot 10^{-4}$	—	—
418,0	3,65	$0,00 \cdot 10^{-4}$	—	—
400	3,61	$< 2 \cdot 10^{-8}$	—	—
7,3	1,61	$< 2 \cdot 10^{-8}$	—	—
—	0,00	$(7,50 \cdot 10^{-4})^3$	—	—
$R_0$ in $\Omega$ bei 273,16		0,97	—	—

1) W. Meissner, Phys. Ztschr. 26. S. 689. 1925.

2) W. Tuyn, Diss. Leiden, S. 5. 1924; W. Tuyn u. H. Kamerlingh Onnes, Arch. Néerland (III. A) 10. S. 5. 1926; Comm. Leiden, Nr. 181. 1926; W. Tuyn, Comm. Leiden Nr. 196b, 1929.

3) Extrapoliert aus dem Verlauf zwischen 4,2° und 3,7° abs.

etwa 470 mm Hg, d. h.  $3,75^{\circ}$  abs., beobachtet wurde. Die Breite des Temperaturintervalles, in dem der Widerstand plötzlich abfällt, erstreckt sich bei den Leidener Messungen über etwa  $0,04^{\circ}$ , bei den hiesigen Messungen über etwa  $0,07^{\circ}$ . Beide Unterschiede sind vielleicht auf verschiedene Strombelastung zu schieben.

Aus unseren Messungen folgt als charakteristische Temperatur  $\Theta = 210$ , während Simon aus der spezifischen Wärme  $\Theta = 145$  findet. Nach C. Blom erhält man im Mittel  $\Theta = 163$ .

## i) Blei (Montierungsart 1)

In Tab. 29 sind die früheren Messungen an sehr reinem<sup>1)</sup> Blei des einen<sup>2)</sup> von uns, sowie Messungen von Meissner und Franz<sup>3)</sup> aufgeführt. Das untersuchte Material zeigt den gleichen

Tabelle 29. Blei

Atom-Nr. Kristallsystem	Metall	82 K. fz.	Pb 1	Pb 2	$\theta = 92, a_1 = +25 \cdot 10^{-6}$ , $a_2 = +27 \cdot 10^{-6}$ , berechnet nach Formel (5)	
Herkunft, Verunreinigung		Kahlb. Mylius	etwa 0,002%	Schuchardt		
Behandlung		—	—	—		
Länge Dicke		Spule 0,3 mm	—	50 mm 0,3 mm		
Abstand d. Stromdrähte „ d. Spannungsdr.		—	—	—		
He-Dampfdruck mg He	Grad abs.	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{red.}}$	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{red.}}$	$r_{\text{ber.}}$
—	273,16	1	1	1	1	1
—	84,87	0,2756	0,2756	—	—	0,2771
—	20,41	0,02963	0,02963	—	—	0,03011
—	20,32	—	—	0,02917	0,02917	0,02978
—	14,02	—	—	0,0104	0,0104	0,0105
—	7,26	—	—	0,00075	0,00075	0,00094
—	7,20	—	—	—	$< 1 \cdot 10^{-9}$	—
768,2	4,21	$< 1 \cdot 10^{-8}$	—	—	—	—
—	0.00	(0,0000 <sub>0</sub> )	—	(0,0000 <sub>0</sub> )	—	—
$R_0$ in $\Omega$ bei 273,16		2,28	—	—	—	—

1) F. Mylius, Ztschr. f. anorg. Chem. 74. S. 407. 1912.

2) W. Meissner, Phys. Ztschr. 26. S. 689. 1925.

3) W. Meissner u. H. Franz, Ztschr. f. Phys. 65. S. 30. 1930.

Widerstandsabfall, wie das in Leiden<sup>1)</sup> untersuchte. Der Sprungpunkt von Blei wurde nicht bestimmt. Er liegt nach den Leidener Messungen bei  $7,26^{\circ}$  abs.

Für Blei wurde schon früher von E. Grüneisen<sup>2)</sup> die charakteristische Temperatur nach Formel (5) berechnet. Er fand unter Benutzung der Konstanten  $a_1 = 2,5 \cdot 10^{-4}$  und  $a_2 = 2,7 \cdot 10^{-7}$  den Wert  $\theta = 92$ , der in Tab. 29 übernommen ist. Simon leitet aus der spezifischen Wärme den Wert  $\theta = 88$  ab. Nach C. Blom findet man als Mittelwert  $\theta = 96$ .

### 5. Gruppe

Von der fünften Gruppe wurden Vanadium, Tantal, Arsen, Antimon und Wismut untersucht.

#### a) Vanadium (Montierungsart 3 bzw. 4)

Der Widerstand des untersuchten Vanadiums nimmt von  $273^{\circ}$  bis herunter zu  $20^{\circ}$  abs. um nur etwa 5% ab, fällt dann aber sehr stark und beträgt bei  $1,25^{\circ}$  abs. nur noch  $0,429 R_0$ . Dieser starke Widerstandsabfall läßt vermuten, daß Vanadium bei noch weiterer Senkung der Temperatur supraleitend werden wird.

Vanadium scheint von anderer Seite noch nicht untersucht worden zu sein. Ein  $\theta$ -Wert konnte nicht berechnet werden.

Für den spezifischen elektrischen Widerstand bei  $0^{\circ} \text{C}$  berechnet sich etwa der Wert  $\varrho_0 = 17 \cdot 10^{-5} \Omega \text{ cm}$ .

#### b) Tantal (Montierungsart 3 und 4)

Tab. 31 enthält die Meßresultate für vier verschiedene Tantalproben. Über die Supraleitfähigkeit von Tantal wurde bereits früher von dem einen<sup>3)</sup> von uns ausführlich berichtet.

1) H. Kamerlingh Onnes en W. Tuyn, Comm. Leiden Nr. 160b, 1922; W. Tuyn et H. Kamerlingh Onnes, Comm. Leiden Nr. 181. 1926.

2) E. Grüneisen, Handbuch-Artikel „Metallische Leitfähigkeit“, S. 20.

3) W. Meissner, Phys. Ztschr. 29. S. 897. 1928; Ztschr. f. Phys. 61. S. 191. 1930.

Tabelle 30. Vanadium

Atom-Nr. Kristallsystem	Metall	23 K. rz.	V 1
Herkunft, Verunreinigung		de Haën geschm.	0,01 % Mn < 0,2 % Fe
Behandlung		—	
Länge		19,5 mm	
Dicke		$2 \times 2$ mm	
Abstand der Stromdrähte		16 mm	
Abstand der Spannungsdrähte		10 mm	
He-Dampfdruck mm Hg	Grad abs.	$r_{\text{beob.}}$	
—	273,16	1	
—	83,57	0,9683	
—	77,59	0,9674	
—	20,45	0,9540	
771	4,21	0,555	
2,4 <sub>5</sub>	1,37	0,511	
1,2 <sub>5</sub>	1,25	0,429	
$R_0$ in $\Omega$ bei 273,16		$4,129 \cdot 10^{-9}$	

Inzwischen ist von Mc. Lennan<sup>1)</sup> und seinen Mitarbeitern die Supraleitfähigkeit von Tantal bestätigt worden.

Als charakteristische Temperatur finden wir bei Ta 1 und Ta 2 im Mittel  $\theta = 228$ . Bei Ta 4 sind die auf ideal reines Material reduzierten  $r$ -Werte erheblich größer als bei Ta 1 und Ta 2. Infolgedessen hat die aus den reduzierten Werten berechnete charakteristische Temperatur bei Ta 4 den beträchtlich kleineren Wert  $\theta = 143$ . Da der Restwiderstand bei Ta 1 und besonders bei Ta 2 kleiner ist als bei Ta 4, wird man den für Ta 1 und Ta 2 berechneten  $\theta$ -Wert als den richtigen ansehen müssen. Vielleicht ist Ta 4 noch nicht genügend gesintert und hat daher einen anormalen Verlauf der Widerstandskurve.

F. Simon berechnet nach der Lindemannschen Schmelzpunktsformel den Wert  $\theta = 260$ .

1) J. C. Mc Lennan, L. E. Howlett, J. O. Wilhelm, Transact. of the Roy. Soc. of Canada Serie III, Bd. 23. Sect. III. S. 287, 1929.

Tabelle 31a. Tantal

Atom-Nr. Metall		73 K. rz.	Ta 1		Ta 2		Ta 4		Mittel aus Ta 1 und Ta 2	$\theta = 228^\circ$ , ber. nach For- mel (2)
Herkunft, Verunreinigung			aus Glühlampe	?	aus Glühlampe	?	S. u. H. ev. etwas $\text{Fe}_2\text{O}_3$	geglüht bei $2800^\circ\text{C}$		
Behandlung			längere Zeit als Lampe benutzt		längere Zeit als Lampe benutzt		58 mm 1,5 mm $\phi$			
Länge Dicke			58,5 mm 0,045 mm $\phi$		58,5 mm 53 mm		50,7 mm 45,5 mm			
Abst. d. Stromdrähte " d. Spannungsdr.			58,5 mm 51,4 mm							
He-Dpdr. mm Hg	Grad abs.	$r'$ beob.	$r'$ red.	$r'$ beob.	$r'$ red.	$r'$ beob.	$r'$ red.	$r'$ ber.		
—	273,16	1	1	1	1	1	1	1		
—	88,30	—	(0,2419)	0,2511	0,2436	—	0,2428	0,2433		
—	85,62	—	(0,2306)	—	(0,2316)	0,3147	0,2788	0,2315		
—	85,19	—	(0,2288)	—	(0,2297)	—	—	0,2297		
—	78,23	0,2278	0,1996	—	(0,1985)	—	—	0,1991		
—	78,00	—	(0,1986)	—	(0,1975)	0,2817	0,2441	0,1980		
—	77,79	—	(0,1978)	—	(0,1965)	—	—	0,1972		
—	77,73	0,2257	0,1975	—	(0,1962)	—	—	0,1969		
—	77,61	—	(0,1970)	0,2037	0,1957	—	—	0,1964		
—	20,45	—	(0,0049)	—	(0,0041)	0,0594	0,0101	0,0043		
—	20,44	0,0399	0,0049	—	0,0041	—	—	0,0045		
—	20,42	0,0399	0,0049	0,0140	0,0041	—	—	0,0045		
—	20,41	—	(0,0049)	—	(0,0041)	—	—	0,0042		

Tabelle 31b. Tantal

He-Dpdr. mm Hg	Grad abs.	$r'$ beob.	$r'$ red.	$r'$ beob.	$r'$ red.	$r'$ beob.	$r'$ red.	$r'$ beob.	$r'$ red.
—	273,16	1	1	1	1	1	1	1	1
—	88,30	—	(0,2419)	0,2511	0,2436	—	—	0,2428	0,2433
—	85,62	—	(0,2306)	—	(0,2316)	0,3147	0,2788	0,2311	0,2315
—	85,19	—	(0,2288)	—	(0,2297)	—	—	0,2293	0,2297
—	78,23	0,2278	0,1996	—	(0,1985)	—	—	0,1991	0,1991
—	78,00	—	(0,1986)	—	(0,1975)	0,2817	0,2441	0,1981	0,1980
—	77,79	—	(0,1978)	—	(0,1965)	—	—	0,1972	0,1972
—	77,73	0,2257	0,1975	—	(0,1962)	—	—	0,1969	0,1969
—	77,61	—	(0,1970)	0,2037	0,1957	—	—	0,1964	0,1964
—	20,45	—	(0,0049)	—	(0,0041)	0,0594	0,0101	0,0045	0,0043
—	20,44	0,0399	0,0049	—	0,0041	—	—	0,0045	0,0043
—	20,42	0,0399	0,0049	0,0140	0,0041	—	—	0,0045	0,0043
—	20,41	—	(0,0049)	—	(0,0041)	—	—	0,0045	0,0042



Tabelle 31 b. Tantal

He-Dpfd. mm Hg	Grad abs.	$\rho_{\text{beob.}}$	$\rho_{\text{red.}}$	$\rho_{\text{beob.}}$	$\rho_{\text{red.}}$	$\rho_{\text{beob.}}$	$\rho_{\text{red.}}$	$\rho_{\text{ber.}}$
		bei Stromdichte 12 A/mm <sup>2</sup> 1,2 A/mm <sup>2</sup>		bei Stromdichte 10 A/mm <sup>2</sup> 1,2 A/mm <sup>2</sup>		bei Strom- dichte 1,4 A/mm <sup>2</sup>		
982,1	4,49	35,3 · 10 <sup>-8</sup>	0,0001	9,91 · 10 <sup>-3</sup>	0,00000	—	0,0000 <sub>1</sub>	0,0000 <sub>1</sub>
971,5	4,47 <sub>6</sub>	—	0,0000	9,94 · 10 <sup>-3</sup>	0,00003	—	0,0000 <sub>15</sub>	0,0000 <sub>1</sub>
966,9	4,47	35,2 · 10 <sup>-8</sup>	(0,0000)	9,92 · 10 <sup>-3</sup>	0,00001	—	0,0000 <sub>38</sub>	0,0000 <sub>1</sub>
951	4,45	—	—	—	—	49,8 · 10 <sup>-3</sup>	—	—
934,7	4,43	—	—	9,39 · 10 <sup>-3</sup>	—	—	—	—
921,6	4,41	—	—	8,95 · 10 <sup>-3</sup>	—	—	—	—
916,2	4,40	—	0,0000	8,51 · 10 <sup>-3</sup>	—	—	(0,0000)	0,0000 <sub>1</sub>
911,6	4,40	—	—	—	—	—	—	—
897	4,38	—	—	3,04 · 10 <sup>-3</sup>	—	49,8 · 10 <sup>-3</sup>	—	—
859,8	4,33	7,38 · 10 <sup>-8</sup>	—	2,75 · 10 <sup>-3</sup>	—	—	—	—
850,0	4,32	—	—	—	—	0,15 · 10 <sup>-3</sup>	—	—
838	4,30 <sub>6</sub>	—	—	—	—	0,00 · 10 <sup>-3</sup>	—	—
829,9	4,29	< 1 · 10 <sup>-7</sup>	—	0,76 · 10 <sup>-3</sup>	—	—	—	—
761,6	4,20	< 1 · 10 <sup>-7</sup>	—	4 · 10 <sup>-4</sup>	—	< 1 · 10 <sup>-7</sup>	—	—
—	0,00	(0,0352)	—	(0,00691)	—	(0,0498)	—	—
$R_0$ in $\Omega$ bei 273,16	3,62	—	—	4,11	—	3,59 · 10 <sup>-3</sup>	—	—

c) Arsen  
(Montierungsart 1)  
(Tab. 32)

Das unter-  
suchte Arsen hat  
im Temperatur-  
gebiet des flüs-  
sigen Heliums  
noch einen merk-  
lichen Wider-  
standsabfall, der  
sogar bei den  
tiefsten erreich-  
ten Temperatu-  
ren etwas grö-  
ßer zu werden  
scheint, so daß  
die Untersu-  
chung in noch  
tieferen Tempe-  
raturen inter-  
essant wäre.

Als charak-  
teristische Tem-  
peratur finden  
wir  $\theta = 291$ .  
F. Simon be-  
rechnet nach der  
Lindemann-  
schen Schmelz-  
punktsformel  
den Wert  $\theta = 210$ .

d) Antimon  
(Montierungsart 1)  
(Tab. 33)

Unter den  
drei untersuch-  
ten Antimon-  
proben ist Sb 3  
diejenige, die die

Tabelle 32. Arsen

Atom-Nr. Kristallsystem	Metall	33 rhomboedr.	As 1	$\theta = 291$ , berechnet nach Formel (2)
Herkunft, Verunreinigung		de Haën dopp. subl.	0,01 % Zn	
Behandlung		—		
Länge Dicke		11 mm 0,5 x 4,5 mm		
Abstand der Stromdrähte Abstand der Spannungsdrähte		10 mm 6,7 mm		
He-Dampfdruck mm Hg	Grad abs.	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{red.}}$	$r_{\text{ber.}}$
—	273,16	1	1	1
—	88,16	0,2184	0,2024	0,2092
—	78,30	0,1825	0,1657	0,1657
—	20,45	0,0321 <sub>0</sub>	0,0123 <sub>0</sub>	0,0021 <sub>2</sub>
760	4,2	0,0228	0,0028	0,0000
2,3	1,36	0,0213	0,0012	0,0000
0,5	1,13	0,0211	0,0010	0,0000
—	0,00	(0,0201)	—	—
$R_0$ in $\Omega$ bei 273,16		$7,734 \cdot 10^{-4}$		—

Fa. Schering-Kahlbaum als besonders reines Material auf Veranlassung der Reichsanstalt für Schmelzpunktsbestimmungen herstellte. Sie ist auch, nach dem Restwiderstande beurteilt, die reinste unter den drei Antimonsorten.

Der Widerstand von Sb 3, der bis zu  $1,16^\circ$  abs. herunter untersucht worden ist, fällt im Temperaturgebiet des flüssigen Heliums zwischen  $4,20$  und  $1,30^\circ$  abs. um  $1,4\%$ , im Temperaturgebiet zwischen  $1,30$  und  $1,16^\circ$  abs. aber plötzlich um  $6,2\%$ , so daß auch hier vielleicht eine Andeutung der Sprungkurve zur Supraleitfähigkeit vorliegt.

Wegen seines größeren Restwiderstandes wurde Sb 2 bei der Bestimmung der charakteristischen Temperatur nicht benutzt. Aus den Messungen von Sb 1 und Sb 3 ergibt sich als charakteristische Temperatur  $\theta = 241$ . F. Simon fand aus der spezifischen Wärme  $\theta = 140$ . Nach C. Blom ist im Mittel  $\theta = 186$ .

Atom-Nr. Kristallsystem	Metall	51 rhomboedr.)	Sb 1	Sb 2	Sb 3
Herkunft					

Atom-Nr. Kristallsystem	Metall	51 rhombödr. <sup>1)</sup>		Sb 2		Sb 3		$\theta = 241^\circ$ , berechnet nach Formel(2)
		Kahlb.	—	de Haën (99,93% Sb)	—	Kahlb. 1929	Mittel aus Sb 1 u. Sb 3	
Länge	Dicke	23,1 mm	2,3 × 2,7 mm	58 mm	2 × 2 mm	60 mm	2 × 2 mm	
Abstand d. Stromdrähte " d. Spannungsdr.		21,7 mm 18,0 mm		56,5 mm 52 mm		57 mm 52 mm		
He-Dampfdruck mg He	Grad. abs.	Sb 1		Sb 2		Sb 3		$r_{\text{ber.}}$
		$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{red.}}$	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{red.}}$	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{red.}}$	
—	273,16	1	1	1	1	1	1	1
—	88,37	—	(0,2284) <sub>4</sub>	—	(0,2554) <sub>4</sub>	—	0,2289 <sub>4</sub>	0,2358 <sub>4</sub>
—	86,92	0,2415 <sub>4</sub>	0,2231 <sub>3</sub>	—	(0,2498) <sub>3</sub>	—	0,2234 <sub>4</sub>	0,2294 <sub>4</sub>
—	84,52	—	(0,2143) <sub>3</sub>	0,2887 <sub>6</sub>	(0,2405) <sub>3</sub>	—	0,2144 <sub>6</sub>	0,2188 <sub>7</sub>
—	77,78	0,2088 <sub>4</sub>	0,1896 <sub>5</sub>	—	(0,2143) <sub>3</sub>	—	0,1891 <sub>7</sub>	0,1891 <sub>7</sub>
—	77,75	—	(0,1895) <sub>3</sub>	—	(0,2142) <sub>3</sub>	0,2041	0,1890 <sub>7</sub>	0,1890 <sub>7</sub>
—	77,66	—	(0,1891) <sub>3</sub>	0,2638 <sub>6</sub>	0,2139 <sub>6</sub>	—	0,1887 <sub>6</sub>	0,1886 <sub>6</sub>
—	20,42	0,0372 <sub>5</sub>	0,0138 <sub>7</sub>	—	—	0,0319	0,0134 <sub>4</sub>	0,0036 <sub>6</sub>
—	20,38	—	—	0,0796 <sub>6</sub>	(0,0172) <sub>4</sub>	—	—	—
774	4,22	0,0243	0,0006 <sub>4</sub>	—	(0,0005) <sub>3</sub>	—	0,0005 <sub>4</sub>	0,0000 <sub>1</sub>
760,4	4,20	—	(0,0006) <sub>1</sub>	—	(0,0007) <sub>1</sub>	0,01953	0,0005 <sub>4</sub>	0,0000 <sub>1</sub>
759,5	4,18 <sub>5</sub>	—	(0,0006) <sub>4</sub>	0,0640 <sub>6</sub>	0,0002 <sub>7</sub>	—	0,0005 <sub>3</sub>	0,0000 <sub>1</sub>
213,1	3,16	—	(0,0004) <sub>3</sub>	0,0637 <sub>6</sub>	0,0002 <sub>7</sub>	—	0,0004 <sub>3</sub>	0,0000 <sub>1</sub>
1,8	1,31	0,0239	0,0002 <sub>6</sub>	—	(0,0001) <sub>1</sub>	—	0,0001 <sub>3</sub>	0,0000 <sub>1</sub>
1,7	1,30	—	(0,0002) <sub>6</sub>	—	(0,0001) <sub>1</sub>	0,01924	0,0001 <sub>7</sub>	0,0000 <sub>1</sub>
1,4	1,27	—	(0,0001) <sub>9</sub>	—	(0,0001) <sub>0</sub>	—	0,0001 <sub>7</sub>	0,0000 <sub>1</sub>
0,65	1,16	—	—	0,0636 <sub>6</sub>	(0,0001) <sub>0</sub>	0,01805	0,0001 <sub>6</sub>	0,0000 <sub>1</sub>
$R_0$ in $\Omega$ bei	273,16	0,00	(0,0237)	(0,0635) <sub>6</sub>	—	(0,01911) <sub>3</sub>	—	—
		3,417 · 10 <sup>-3</sup>	—	7,801 · 10 <sup>-3</sup>	—	5,473 · 10 <sup>-3</sup>	—	—

58\*

1) P. Ewald u. C. Hermann, Ztschr. Krist. 65. 2) Extrapoliert aus dem Verlauf zwischen 4,2° und 1,3° abs.

Tabelle 34. Wismut

Atom-Nr. Kristallsystem	Metall	83 rhomboedr.		Bi 1		Bi 4		Bi 5		Mittel aus Bi 1, Bi 4 und Bi 5	$\theta = 62^\circ$ , berechnet nach Formel (2)
		Hartmann & Braun 1919 (Mylius)		Kahlb. (Mylius)		0,00 %		Hartmann & Braun 1929 0,00 %/			
Behandlung		—		—		—		6 <sup>a</sup> 200° C im Vak.			
Länge	Dicke	53 mm	0,2 mm	59 mm	1,5 × 1,6 mm	58 mm	1 mm	58 mm	1 mm	$\phi$	
		53 mm	44 mm	57 mm	52 mm	58 mm	53 mm				
He-Dampfdruck mm Hg	Grad abs.	$r_{\text{beob.}}$		$r_{\text{red.}}$		$r_{\text{beob.}}$		$r_{\text{red.}}$		$r_{\text{red.}}$	$r_{\text{ber.}}$
		$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{red.}}$	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{red.}}$	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{red.}}$	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{red.}}$		
—	273,16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
—	88,90	—	(0,3394 <sub>2</sub> )	0,4323	0,3316	—	(0,3306)	—	0,3339	0,3163	
—	86,92	0,3582 <sub>3</sub>	0,3320 <sub>3</sub>	—	(0,3254)	—	(0,3253)	—	0,3276	0,3088 <sup>a</sup>	
—	85,19	—	(0,3256 <sub>1</sub> )	—	(0,3200)	0,4053 <sub>6</sub>	0,3206	—	0,3221	0,3024 <sup>a</sup>	
—	77,82	—	(0,2981 <sub>7</sub> )	0,4028	0,2968	—	(0,3007)	—	0,2986	0,2748	
—	77,79	—	(0,2980 <sub>2</sub> )	—	(0,2967)	0,3878 <sub>8</sub>	0,3006	—	0,2985	0,2747	
—	77,78	0,3255 <sub>3</sub>	0,2980 <sub>2</sub>	—	(0,2967)	—	(0,3006)	—	0,2984	0,2747	
—	20,46	—	(0,04383)	0,1937	0,0506	—	(0,0570)	—	0,0505	0,0488	
—	20,41	—	(0,04361)	—	(0,0504)	0,1743 <sub>3</sub>	0,0567	—	0,0502	0,0486	
—	20,40	0,08105	0,04357	—	(0,0503)	—	(0,0567)	—	0,0502	0,0486	
772,6	4,21	0,04024	0,00109	—	(0,0021)	—	(0,0019)	—	0,0017	0,0004	
770	4,21	—	(0,00109)	—	(0,0021)	0,1264	0,0019	—	0,0017	0,0004	
760,4	4,20	—	(0,00109)	—	0,0021	—	(0,0019)	—	0,0017	0,0004	
320,8	3,44	—	(0,00079)	0,1525	(0,0017)	—	0,0015	—	0,0013	0,0002	
2,7	1,39	0,03919	0,00000	—	(0,0007)	—	(0,0007)	—	—	0,0000	
1,3	1,26	—	—	—	(0,0006)	—	0,0006	—	(0,0006)	0,0000	
1,2	1,24	—	—	—	(0,0006)	—	0,0006	—	(0,0006)	0,0000	
0,7	1,17	0,03920	—	0,1512	(0,0006)	—	(0,0006)	—	(0,0006)	0,0000	
—	0,00	(0,03919)	—	(0,1507)	—	(0,1247)	—	—	—	—	
$R_0$ in 52 bei	273,16	2,041	—	3,240 · 10 <sup>-2</sup>	—	7,490 · 10 <sup>-2</sup>	—	—	—	—	

eine  
Har  
derSort  
dies  
richtpunk  
der

ram,

At  
Kr

He

Abst  
Abst

He-D

R<sub>0</sub>

S. 23

## e) Wismut (Montierungsart 1)

Als reinstes Wismut erwies sich eine Wismutprobe aus einem Materialvorrat von Holborn<sup>1)</sup>, den er sich von der Fa. Hartmann und Braun im Jahre 1919 beschafft hatte und der von Mylius<sup>2)</sup> gereinigt wurde.

Für Bi 1 finden wir  $\theta = 70,4$ , für die weniger reinen Sorten Bi 4 und Bi 5 im Mittel  $\theta = 53,9$ . Natürlich können diese Unterschiede zum Teil auf Bevorzugung gewisser Kristallrichtungen bei den verschiedenen Proben beruhen.

F. Simon berechnet nach der Lindemannschen Schmelzpunktsformel  $\theta = 80$ . Nach C. Blom ergibt sich im Mittel der noch größere Wert  $\theta = 120$ .

## 6. Gruppe

Von der sechsten Gruppe wurden Chrom, Molybdän, Wolfram, Uran, Selen und Tellur untersucht.

Tabelle 35. Chrom

Atom-Nr. Kristallsystem	Metall	24 K. rz.	Cr 1	Cr nach Messungen von Mc. Lennan, Niven und Wilhelm			$\theta = 495^\circ$ , berechnet nach Formel (2a)
Herkunft, Verunreinigung		de Haën geschm. 0,5% Fe					
Behandlung		—					
Länge	21 mm						
Dicke	2,5 × 2,5 mm						
Abstand der Stromdrähte		19,5 mm					
Abstand der Spannungsdrähte		13,1 mm					
He-Dampfdruck mm Hg	Grad abs.	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{red.}}$	$r_{\text{ber.}}$		
—	273,16	1	1	1	1		
—	86,14	0,8561	—	—	—		
—	80,00	—	0,134	0,085 <sub>0</sub>	0,085 <sub>0</sub>		
—	78,42	0,8507	—	—	—		
—	20,6	—	0,053 <sub>3</sub>	0,000 <sub>7</sub>	0,000 <sub>5</sub>		
—	20,45	0,832	—	—	—		
760,4	4,20	0,83 <sub>4</sub>	0,052 <sub>0</sub>	0,000 <sub>0</sub>	0,000 <sub>0</sub>		
—	2,25	—	0,052 <sub>0</sub>	0,000 <sub>0</sub>	0,000 <sub>0</sub>		
2,9	1,41	0,83 <sub>3</sub>	—	—	—		
—	0,00	—	(0,052 <sub>0</sub> )	—	—		
$R_0$ in $\Omega$ bei	273,16	$5,490 \cdot 10^{-4}$	$5,15 \cdot 10^{-3}$	—	—		

1) L. Holborn, Ann. d. Phys. 59. S. 145. 1919.

2) F. Mylius u. E. Groschuff, Ztschr. f. anorg. Chem. 96. S. 237. 1916.

## a) Chrom (Montierungsart 3)

In Tab. 35 sind die gemessenen  $r$ -Werte wiedergegeben. Das untersuchte Metall hat einen so großen Restwiderstand, daß eine Reduktion auf ideal reines Material und die Berechnung der charakteristischen Temperatur unmöglich ist.

In Tab. 35 sind außerdem die Meßresultate von Mc Lennan<sup>1)</sup> und seinen Mitarbeitern an reinerem Chrom mit aufgenommen. Es ergibt sich als charakteristische Temperatur der Wert  $\theta = 495$ . F. Simon berechnet aus der Lindemannschen Schmelzpunktformel den Wert  $\theta = 445$ . Nach C. Blom erhält man  $\theta = 411$ .

Tabelle 36. Molybdän

Atom-Nr. Kristallsystem	Metall	<sup>42</sup> K. rz.	Mo 1	Mo 2	Mo 3
Herkunft, Verunreinigung		Mo 1 Holb.		Osram	Osram
Behandlung		2,5 <sup>b</sup> 500° C		—	2,5 <sup>b</sup> 500° C (i. Vakuum)
Länge Dicke		60 mm 0,1 mm $\phi$	59 mm 0,5 mm $\phi$	60 mm 0,7 mm $\phi$	60 mm 0,7 mm $\phi$
Abstand der Stromdrähte		58,7 mm	57,3 mm	58,0 mm	58,0 mm
Abstand der Spannungsdrähte		52,0 mm	51,5 mm	51,5 mm	51,5 mm
He-Dampfdruck mm Hg	Grad abs.	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{beob.}}$
—	273,16	1	1	1	—
—	86,92	—	0,1701	—	—
—	86,80	—	—	—	0,2030
—	77,83	—	—	—	0,1719
—	77,78	—	0,1370	—	—
—	77,73	0,2245	—	—	—
—	20,42	0,1307	—	—	—
—	20,41	—	0,0448 <sub>4</sub>	—	0,0826 <sub>9</sub>
774	4,22	0,1318	—	—	—
767,5	4,21	—	—	—	0,0847
765,0	4,20	—	0,0455	—	—
4,6	1,51	—	0,0462	—	—
1,4	1,28	0,1335	—	—	—
1,3	1,26	—	—	—	0,0863
—	0,00	—	—	—	—
$R_0$ in $\Omega$ bei	273,16	0,366	$1,371 \cdot 10^{-2}$	$7,276 \cdot 10^{-3}$	—

1) J. C. Mc Lennan, C. D. Niven u. J. O. Wilhelm, Phil. Mag. VI. S. 672. 1928.

*b) Molybdän* (Montierungsart 3 bzw. 4)

Alle drei Molybdän-Proben zeigen nach einer Abnahme des Widerstandes zwischen 273° und 20° abs. im Temperaturgebiet des flüssigen Heliums eine Widerstandszunahme. Aus diesem Grunde ist eine Reduktion der Widerstandswerte auf ideal reines Metall und eine Ableitung der charakteristischen Temperatur unmöglich.

F. Simon berechnet nach der Lindemannschen Schmelzpunktsformel den Wert  $\theta = 360$  und leitet aus der spezifischen Wärme den Wert<sup>1)</sup>  $\theta = 379$  ab. Nach C. Blom ergibt sich der Mittelwert  $\theta = 363$ .

*c) Wolfram* (Montierungsart 3 bzw. 4)

Von den beiden geprüften Wolframproben ist die eine der von Grüneisen und Goens<sup>2)</sup> auf elektrisches und ther-

Tabelle 37. Wolfram

Atom-Nr. Kristall- system	Metall	74 K. rz.	W 1	W 2	Mittel aus W 1 und W 2  $\theta = 385$ , berechnet nach Formel (2)		
Herkunft, Verunreinigung		Osramlampe ?		van Arkel (Philips) Gr. u. Goe., Einkrist. ?			
Behandlung		geglüht		—			
Länge Dicke		60 mm 0,03 mm $\phi$		etwa 65 mm etwa 4 x 4 mm			
Abst. d. Stromdr. „ d. Spannungsdr.		58,2 mm 51,9 mm		59 mm 52 mm			
He-Dpfr. mm Hg	Grad abs.	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{red.}}$	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{red.}}$	$r_{\text{red.}}$	$r_{\text{ber.}}$
—	273,16	1	1	1	1	1	1
—	87,40	—	(0,1583)	0,1565	0,1560 <sub>1</sub>	0,1572	0,1574
—	78,23	0,1478	0,1209	—	(0,1177 <sub>1</sub> )	0,1193	0,1192
—	77,60	—	(0,1183)	0,1156	0,1151 <sub>1</sub>	0,1167	0,1167
—	20,44	0,0317	0,0010	0,00108	0,00056 <sub>2</sub>	0,0007 <sub>3</sub>	0,0009 <sub>3</sub>
774	4,22	0,0307	0,0000	—	(0,00002 <sub>3</sub> )	0,0000 <sub>1</sub>	0,0000 <sub>0</sub>
770	4,21	—	(0,0000)	0,00054	0,00002 <sub>3</sub>	0,0000 <sub>1</sub>	0,0000 <sub>0</sub>
1,7	1,31	0,0307	0,0000	0,00053	0,00001 <sub>4</sub>	0,0000 <sub>0</sub>	0,0000 <sub>0</sub>
—	0,00	(0,0307)	—	(5,16 · 10 <sup>-4</sup> )	—	—	—
$R_0$ in $\Omega$ bei 273,16		2,60		2,450 · 10 <sup>-4</sup>		—	—

1) F. Simon, Phys.-chem. Tabellen von Landolt-Börnstein.

2) E. Grüneisen u. E. Goens, Ztschr. f. Physik 44. S. 615. 1927.

misches Leitvermögen hin untersuchte Einkristall von van Arkel, Eindhoven. Der Einkristall zeigt einen Restwiderstand von  $0,00052 R_0$ . Supraleitfähigkeit wurde nicht beobachtet.

Aus den reduzierten  $r$ -Werten finden wir für die charakteristische Temperatur  $\theta = 385$ , während F. Simon  $\theta = 306$  und in den Tabellen von Landolt-Börnstein den Wert  $\theta = 310$ , beide aus der spezifischen Wärme abgeleitet, angibt.

d) Uran (Montierungsart 3)

Das von uns untersuchte Uranmetall ist noch recht unrein und hat dementsprechend einen hohen Restwiderstand, so daß man aus den beobachteten Werten die charakteristische Temperatur nicht berechnen kann.

Mc Lennan, Howlett und Wilhelm<sup>1)</sup> stand eine etwas reinere Uranprobe zur Verfügung, die sie bis  $2,3^\circ$  abs. herunter untersuchten. Aber auch der Restwiderstand dieser Probe war noch  $0,3 \cdot R_0$ , so daß man auch aus den Messungen in Toronto kein  $\theta$  berechnen kann.

Tabelle 38. Uran

Atom-Nr. Kristallsystem	Metall	92 K. kz. <sup>2)</sup>	U 1
Herkunft, Verunreinigung		de Haën	1,24% N; 0,2% Si; 0,03% Al; 0,34% Fe; 0,1% Pb
Länge			32 mm
Dicke			$4 \times 3,5$ mm
Abstand der Stromdrähte			28 mm
Abstand der Spannungsdrähte			22 mm
He-Dampfdruck mm Hg	Grad abs.	$r_{\text{beob.}}$	
—	273,16	1	
—	86,80	0,7001	
—	77,83	0,6844	
—	20,41	0,5867	
760,4	4,20	0,5445	
2,9	1,41	0,5400	
$R_0$ in $\Omega$ bei	273,16	$6,811 \cdot 10^{-3}$	

1) a. a. O.

2) Mc. Lennan u. Mc. Kay, Trans. Roy. Soc. 24. 1930.



Als Wert für den spezifischen elektrischen Widerstand bei 0° C erhält man etwa  $4 \cdot 10^{-4} \Omega \text{ cm}$ .

e) Selen (Montierungsart 7)

Das von der Fa. de Haën in Stangenform gelieferte Selen wurde pulverisiert, in ein enges, mit vier eingeschmolzenen Platindrähten versehenes Glasrohr eingefüllt, sodann nach den Angaben von Chr. Ries<sup>1)</sup> im Vakuum 12 Stunden auf 210° C erhitzt und langsam abgekühlt, worauf das Glasröhrchen abgeschmolzen wurde.

Tabelle 39. Selen

Atom-Nr. Kristallsystem	Metall	34 graukristall. Modifik. II, hex.	Se 1
Herkunft, Verunreinigung		de Haën	0,2% As
Behandlung		12 <sup>b</sup>	210° C
Länge Dicke		etwa 8 mm 4 mm	
Abstand der Stromdrähte Abstand der Spannungsdrähte		5 mm 2 mm	
He-Dampfdruck mm Hg	Grad abs.	$r_{\text{beob.}}$	
—	273,16	1	
—	87,16	~ 1,2	
—	77,61	~ 1,2	
—	20,34	~ 1,2	
657	4,04	~ 36	
1,3	1,26	~ 74	
$R_0$ in $\Omega$ bei	273,16	$\sim 2,85 \cdot 10^7$	

Der Widerstand der so vorbehandelten Selenprobe blieb bis herunter zur Temperatur der flüssigen Luft und des flüssigen Wasserstoffs nahezu konstant, stieg dann aber beträchtlich im Gebiet des flüssigen Heliums.

f) Tellur (Montierungsart 3 bzw. 5)

Die beiden untersuchten Tellurproben zeigen ein Minimum des Widerstandes, das bei Te 2, der reineren der beiden Sorten,

1) Chr. Ries, „Die elektrischen Eigenschaften und die Bedeutung des Selen für die Elektrotechnik“, Berlin-Nikolassee 1908.

ausgeprägter ist als bei Te 1. Auch ist die Widerstandszunahme im Bereich zwischen  $4,2^\circ$  und  $1,1^\circ$  abs. bei Te 2 wesentlich stärker als bei Te 1. Die Leidener Forscher<sup>1)</sup> fanden gleichfalls bei der von ihnen untersuchten Tellurprobe, deren Reinheitsgrad vermutlich zwischen dem von Te 1 und Te 2 liegt, ein Widerstandsminimum, das bei etwa  $48^\circ$  abs. lag.

Tabelle 40. Tellur

Atom-Nr. Kristallsystem	Metall	52 trig.	Te 1	Te 2
Herkunft, Verunreinigung		Kahlb.	?	Marckwaldt 0,3 % Ag 0,01 % As
Länge Dicke		49,7 mm 3,0 mm $\phi$		6 mm 1 $\times$ 2 mm
Abstand der Stromdrähte Abstand der Spannungsdr.		44,5 mm 36,0 mm		3 mm 3 mm
He-Dampfdruck mm Hg	Grad abs.	$r_{\text{beob.}}$		$r_{\text{beob.}}$
—	273,16	1		1
—	88,37	—		0,411 <sub>7</sub>
—	88,30	0,845 <sub>0</sub>		—
—	77,75	—		0,386 <sub>0</sub>
—	77,61	0,829 <sub>4</sub>		—
—	20,46	0,854 <sub>7</sub>		—
—	20,42	—		0,3812
759,5	4,19 <sub>0</sub>	0,914		—
757,7	4,19 <sub>5</sub>	—		0,5299
213,1	3,15	0,922		—
1,4	1,27	0,940		—
0,6	1,15	—		0,5468
0,5	1,13	—		0,5470
$R_0$ in $\Omega$ bei	273,16	5,15		2,94

Wahrscheinlich wird ja genügend reines Tellur (bzw. ein Einkristall) im Gegensatz zu den bisher untersuchten Proben eine normale Temperatur-Widerstandskurve besitzen, ähnlich wie dies bei Titan, Zirkon usw. schon festgestellt ist.

1) H. Kamerlingh Onnes u. Bengt Beckman, Comm. Leiden Nr. 132d. 1912. Bengt Beckman, Comm. Leiden Suppl. Nr. 40. 915.

## 7. Gruppe

Von der siebenten Gruppe wurden Mangan und Rhenium untersucht.

## a) Mangan (Montierungsart 1)

Beide untersuchten Mangansorten sind so unrein, daß eine Bestimmung der charakteristischen Temperatur unmöglich ist.

Tabelle 41. Mangan

Atom-Nr. Kristallsystem	Metall	25 K.	Mn 1	Mn 2
Herkunft, Verunreinigung		Kahlbaum 6% Fe; 0,05% Co; „nach 0,2% Ni; 0,05% Cr; Goldschmidt“ 0,05% V		Simon geschm.
Länge Dicke		11 mm 1,0 x 1,8 mm		20 mm 3 x 3 mm
Abstand der Stromdrähte Abstand d. Spannungsdr.		10 mm 6 mm		17,5 mm 9,5 mm
He-Dampfdruck mm Hg	Grad abs.	$r_{\text{beob.}}$		$r_{\text{beob.}}$
—	273,16	1		1
—	88,90	0,9776		0,9695
—	77,82	0,9807		0,9729
—	20,46	1,0020		1,0082
763,2	4,20	—		0,990
760,4	4,20	0,976 <sub>6</sub>		—
2,9	1,41	0,958 <sub>1</sub>		—
1,0	1,22	—		0,986
$R_0$ in $\Omega$ bei 273,16		$5,161 \cdot 10^{-3}$		$6,486 \cdot 10^{-3}$

Für Mn 1 beträgt der spezifische elektrische Widerstand bei 0° C etwa  $1,5 \cdot 10^{-4} \Omega \text{ cm}$ , für Mn 2 etwa  $6 \cdot 10^{-4} \Omega \text{ cm}$ .

## b) Rhenium (Montierungsart 3). (Tab. 42)

Der Widerstand der gesinterten Rheniumprobe fällt bis zur Temperatur des flüssigem Wasserstoffs ab und bleibt von dort an bei weiterer Temperatursenkung nahezu konstant.

Aus den auf ideal reines Metall reduzierten  $r$ -Werten findet man als charakteristische Temperatur  $\theta = 310$ .

Tabelle 42. Rhenium

Atom-Nr. Kristallsystem	Metall	75 hex. dichtest gepackt <sup>1)</sup>	Re 1	$\theta = 310$ berechnet nach Formel (2a)
Herkunft, Verunreinigung		Noddack (gesintert)		
Länge Dicke		11,9 mm 0,95 $\times$ 0,83 mm		
Abstand der Stromdrähte Abstand der Spannungsdrähte		10,5 mm 4,9 mm		
He-Dampfdruck mm Hg	Grad abs.	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{red.}}$	$r_{\text{ber.}}$
—	273,16	1	1	1
—	88,23	0,2849	0,197 <sub>9</sub>	0,198 <sub>8</sub>
—	78,29	0,2474	0,155 <sub>8</sub>	0,155 <sub>8</sub>
—	20,45	0,110	0,001 <sub>7</sub>	0,001 <sub>8</sub>
776,3	4,22	0,110	0,001 <sub>7</sub>	0,000 <sub>0</sub>
2,3	1,36	0,109	0,000 <sub>0</sub>	0,000 <sub>0</sub>
—	0,00	(0,108 <sub>8</sub> )	—	—
$R_0$ in $\Omega$ bei 273,16		0,1364		—

Der spezifische elektrische Widerstand bei 0° C beträgt  $18,9 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ cm}$ .

### 8. Gruppe

Von der achten Gruppe wurden die Metalle Eisen, Ruthenium, Kobalt, Rhodium, Iridium, Nickel, Palladium und Platin untersucht.

a) Eisen (Montierungsart 1). (Tab. 43)

Es wurden 11 Eisenproben geprüft. Fe 1, Fe 2 und Fe 2\* sind von dem einen<sup>2)</sup> von uns bereits früher untersuchte Eisensorten, die auch Holborn<sup>3)</sup> schon bis zur Temperatur der flüssigen Luft herunter prüfte. Fe 3, das von Grüneisen und Goens<sup>4)</sup> auf elektrische und thermische Leitfähigkeit hin

1) V. W. Goldschmidt, Die Naturwissenschaften 17. S. 134. 1929.

2) W. Meissner, Phys. Ztschr. 27. S. 725. 1926; Phys. Ztschr. 29. S. 897. 1928.

3) L. Holborn, Ann. d. Phys. (4) 49. S. 145. 1919.

4) E. Grüneisen u. E. Goens, Ztschr. f. Phys. 44. S. 615. 1927.

unt  
nur

idea  
frie  
son  
vorl

char

sich  
und  
 $q_2 =$   
aus  
C. E

der  
pulv  
eine  
gabe  
Ruth  
stan  
Torc  
so d  
men  
daß  
die

Mess

punk

J. F.  
Sect.

untersuchte Elektrolyteisen, ist, nach dem Restwiderstande von nur  $0,006 R_0$  zu urteilen, die reinste Eisenprobe.

Durch Reduktion der beobachteten Widerstandswerte auf ideal reines Metall erhält man bei den 11 Proben keine befriedigende Übereinstimmung. Sie ist sogar nicht einmal bei sonst gleichem, jedoch verschieden vorbehandelten Material vorhanden.

Aus den reduzierten  $r$ -Werten berechnet sich im Mittel als charakteristische Temperatur der Wert  $\theta = 519$ .

E. Grüneisen<sup>1)</sup> findet nach Formel (5) unter Berücksichtigung des ganzen Temperaturintervalles zwischen  $20^\circ$  und  $873^\circ$  abs. mit den Konstanten  $a_1 = +0,0008$  und  $a_2 = +0,0000015$  den Wert  $\theta = 470$ . F. Simon ermittelt aus den spezifischen Wärmen den Wert  $\theta = 390-395$ . Nach C. Blom findet man als Mittelwert  $\theta = 416$ .

b) Ruthenium (Montierungsart 1). (Tab. 44)

Der Widerstand des untersuchten Rutheniums, eines von der Fa. W. C. Heraeus durch Sinterung des gepreßten Metallpulvers hergestellten Stabes, hat zwischen  $4,21^\circ$  und  $1,11^\circ$  abs. einen konstanten Wert. Das steht im Gegensatz zu den Angaben von Mc Lennan, Allen und Wilhelm<sup>2)</sup>, nach denen Ruthenium bei  $2,04^\circ$  abs. supraleitend wird. Der Restwiderstand unseres Rutheniums ist aber nur  $0,08 R_0$ , der des in Toronto geprüften Materials vor dem Sprungpunkt  $0,75 R_0$ , so daß vielleicht die Supraleitfähigkeit der letzteren auf Beimengungen zu schieben ist. Andernfalls wäre daran zu denken, daß ungenügende Sinterung bei unserem reineren Ruthenium die Supraleitfähigkeit verhindert.

Als charakteristische Temperatur finden wir aus unseren Messungen den Wert  $\theta = 426$ .

F. Simon berechnet nach der Lindemannschen Schmelzpunktsformel  $\theta = 350$ .

1) E. Grüneisen, Handbuch, Artikel „Metallische Leitfähigkeit“.

2) J. C. Mc Lennan, Nature February 1, 1930; J. Mc Lennan, J. F. Allen u. J. O. Wilhelm, Trans. Roy. Soc. Canada, Serie III. Bd. 23. Sect. III. S. 283. 1929.





Tabelle 44. Ruthenium

Atom-Nr. Kristallsystem	Metall	44 hex.	Ru 1	$\theta = 426$ berechnet nach Formel (2a)
Herkunft, Verunreinigung		Heraeus 3% Os; 1% Pb; 0,2% Rh; 0,03% Pt; 0,01% Ir gesintert auf Fe nicht untersucht		
Behandlung		—		
Länge Dicke		51,5 mm 2,6 × 2,8 mm		
Abstand der Stromdrähte Abstand d. Spannungsdrahte		52,5 mm 37 mm		
He-Dampfdruck mm Hg	Grad abs.	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{red.}}$	$r_{\text{ber.}}$
—	273,16	1	1	1
—	87,16	0,2106 <sub>0</sub>	0,1394 <sub>9</sub>	0,1373 <sub>0</sub>
—	77,60	0,1754 <sub>9</sub>	0,1011 <sub>5</sub>	0,1011 <sub>5</sub>
—	20,36	0,0829 <sub>0</sub>	0,0002 <sub>0</sub>	0,0007 <sub>1</sub>
772,6	4,21	0,0827	0,0000	0,0000
3,5	1,45	0,0827	0,0000	0,0000
0,7	1,17	0,0827	0,0000	0,0000
—	0,00	(0,0827)	—	—
$R_0$ in $\Omega$ bei 273,16		$4,199 \cdot 10^{-4}$		—

charakteristischen Temperatur. Aus den Messungen an Co 2 und Co 3 ergibt sich  $\theta = 401$ . F. Simon berechnet nach der Lindemannschen Schmelzpunktsformel  $\theta = 375$ . Nach C. Blom findet man im Mittel den Wert  $\theta = 402$ .

d) *Rhodium* (Montierungsart 1). (Tab. 46)

Rh 2 ist ein schon früher von Grüneisen und Goens<sup>1)</sup> auf elektrische und thermische Leitfähigkeit hin bis zur Temperatur des flüssigen Wasserstoffs herunter untersuchter, ziemlich reiner Draht. Hier sind die Messungen über den elektrischen Widerstand in das Temperaturgebiet des flüssigen Heliums ausgedehnt worden.

Für die charakteristische Temperatur folgt aus unseren  $r$ -Werten  $\theta = 419$ . F. Simon berechnet nach der Lindemannschen Schmelzpunktsformel  $\theta = 315$ .

1) E. Grüneisen u. E. Goens, Ztschr. f. Phys. 44. S. 615. 1927.



Tabelle 45. Kobalt

Atom-Nr. Kristall- system	Metall	27 hex. gepackt	Co 3				Mittel  $\theta = 401$ , berechnet nach Formel (2)
Herkunft, Verunreinigung		Heraeus, von A. E. G. gesintert (Holborn 1920)	Kahlb.	0,05 % Cr 0,01 % Mn pulv.	< 0,05 % Fe		
Behandlung		geglüht b. 500°C, 2½ h im Vakuum	geschmolzen im Vakuum				
Länge Dicke		0,5 mm $\phi$ 57,6 mm	12,5 mm 2,5 mm				
Abst. d. Stromdr. „ d. Spanngsdr.		57,6 mm 53,0 mm	12,5 mm 8,5 mm				
He Dpdr. mm Hg	Grad abs.	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{red.}}$	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{red.}}$	$r_{\text{red.}}$	
—	273,16	1	1	1	1	1	7
—	88,16	—	(0,1509)	0,1901	0,1397	0,1453	0,1512
—	86,92	0,1829	0,1465	—	(0,1355)	0,1410	0,1460
—	78,30	—	(0,1158)	0,1588	0,1065	0,1112	0,1112
—	77,78	0,1516	0,1139	—	(0,1047)	0,1093	0,1093
—	20,45	—	(0,0038 <sub>5</sub> )	0,0586 <sub>7</sub>	0,0001 <sub>1</sub>	0,0019 <sub>3</sub>	0,0008 <sub>4</sub>
—	20,42	0,04628	0,0038 <sub>1</sub>	—	(0,0000 <sub>1</sub> )	0,0019 <sub>3</sub>	0,0008 <sub>4</sub>
—	20,41	—	(0,0038 <sub>1</sub> )	0,0585 <sub>7</sub>	0,0000	0,0019 <sub>3</sub>	0,0008 <sub>4</sub>
776	4,22	—	(0,0000)	0,0608	—	0,0000	0,0000
765,0	4,20	0,0426	0,0000	—	—	0,0000	0,0000
4,6	1,51	0,0431	—	—	—	—	—
2,3	1,36	—	—	0,0624	—	—	—
—	0,00	(0,0426)	—	(0,0585 <sub>7</sub> )	—	—	—
$R_0$ in $\Omega$ bei 273,16		$1,604 \cdot 10^{-3}$		$1,324 \cdot 10^{-4}$		—	—

## e) Iridium (Montierungsart 1). (Tab. 47)

Das untersuchte Iridium stammt aus einem alten, von Heraeus bezogenen Vorrat Holborns<sup>1)</sup> und ist etwas reiner als das von Holborn untersuchte Ir 1.

Aus den auf ideal reines Material reduzierten  $r$ -Werten finden wir als charakteristische Temperatur  $\theta = 316$ . E. Grüneisen<sup>2)</sup> berechnet aus der Temperaturabhängigkeit des Ausdehnungskoeffizienten  $\theta = 283$  und aus dem Verhältnis des

1) L. Holborn, Ann. d. Phys. (4) 59. S. 145. 1919.

2) E. Grüneisen, Handbuch, Artikel „Zustand des festen Körpers“, S. 44.

Tabelle 46. Rhodium

Atom-Nr. Kristallsystem	Metall	45 K. fz.	Rh 2	$\theta = 419,$ berechnet nach Formel (2a)
Herkunft, Verunreinigung		Heraeus Gr. u. Goe.	?	
Behandlung		10min (im Vakuum)	1030° C	
Länge Dicke		etwa 35 mm 1,3 × 1,3 mm		
Abstand der Stromdrähte Abstand d. Spannungsdr.		etwa 35 mm 27 mm		
He-Dampfdruck mm Hg	Grad abs.	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{red.}}$	$r_{\text{ber.}}$
—	273,16	1	1	1
—	87,40	0,1466	0,1440 <sub>0</sub>	0,1420 <sub>0</sub>
—	77,60	0,1066	0,1039 <sub>4</sub>	0,1039 <sub>4</sub>
—	20,44	3,53 · 10 <sup>-3</sup>	0,57 · 10 <sup>-3</sup>	0,77 · 10 <sup>-3</sup>
774	4,22	3,09 · 10 <sup>-3</sup>	0,13 · 10 <sup>-3</sup>	0,00 · 10 <sup>-3</sup>
1,8	1,31 <sub>5</sub>	3,00 · 10 <sup>-3</sup>	0,04 · 10 <sup>-3</sup>	0,00 · 10 <sup>-3</sup>
	0,00	(2,96 · 10 <sup>-3</sup> )	—	—
$R_0$ in $\Omega$ bei 273,16		7,443 · 10 <sup>-4</sup>		—

Tabelle 47. Iridium

Atom-Nr. Kristallsystem	Metall	77 K. fz.	Ir 1	$\theta = 316$ berechnet nach Formel (2a)
Herkunft, Verunreinigung		Holborn Heraeus	?	
Behandlung		2,5 <sup>b</sup> 500° C		
Länge Dicke		35,1 mm 0,5 × 0,8 mm		
Abstand der Stromdrähte Abstand der Spannungsdrähte		35,1 mm 28,8 mm		
He-Dampfdruck mm Hg	Grad abs.	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{red.}}$	$r_{\text{ber.}}$
—	273,16	1	1	1
—	77,73	0,1905	0,1500	0,1500
—	20,42	0,0536	0,00621 <sub>7</sub>	0,00165 <sub>3</sub>
774	4,22	0,0480	0,0003 <sub>4</sub>	0,0000 <sub>1</sub>
1,6	1,29	0,0478	0,0001 <sub>8</sub>	0,0000 <sub>0</sub>
—	0,00	(0,0476 <sub>6</sub> )	—	—
$R_0$ in $\Omega$ bei 273,16		6,37 · 10 <sup>-3</sup>		—

Ausdehnungskoeffizienten zur Atomwärme  $\theta = 280$ , während F. Simon nach der Lindemannschen Schmelzpunktsformel  $\theta = 260$  findet. Nach C. Blom erhält man im Mittel  $\theta = 268$ .

f) Nickel (Montierungsart 1)

Tabelle 48 enthält die Messungen des einen<sup>1)</sup> von uns an einem Nickeldraht, der, wie der geringe Restwiderstand zeigt, sehr rein ist. Als charakteristische Temperatur erhält man  $\theta = 274$ . F. Simon berechnet nach der Lindemannschen Schmelzungsformel  $\theta = 375$  und aus den spezifischen Wärmen den Wert  $\theta = 370$ . Nach C. Blom findet man im Mittel  $\theta = 402$ .

Tabelle 48. Nickel

Atom-Nr. Kristallsystem	Metall	28 K. fz.	Ni 3	$\theta = 472$ berechnet nach Formel (2)
Herkunft, Verunreinigung		Holborn		
Behandlung		in Wasserstoff gegläht		
Länge Dicke		etwa 55 mm 0,5 mm $\phi$		
Abstand der Stromdrähte Abstand der Spannungsdrähte		etwa 55 mm 50 mm		
He-Dampfdruck mm Hg	Grad abs.	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{red.}}$	$r_{\text{ber.}}$
—	273,16	1	1	1
—	87,42	0,1179	0,1135	0,1184
—	78,85	0,0919 <sub>9</sub>	0,0873 <sub>5</sub>	0,0873 <sub>5</sub>
—	20,40	6,62 <sub>9</sub> · 10 <sup>-3</sup>	1,61 <sub>6</sub> · 10 <sup>-3</sup>	0,53 <sub>1</sub> · 10 <sup>-3</sup>
769	4,21	5,07 <sub>9</sub> · 10 <sup>-3</sup>	0,05 <sub>9</sub> · 10 <sup>-3</sup>	0,00 <sub>1</sub> · 10 <sup>-3</sup>
2,0	1,34	5,02 <sub>7</sub> · 10 <sup>-3</sup>	0,00 <sub>7</sub> · 10 <sup>-3</sup>	0,00 <sub>6</sub> · 10 <sup>-3</sup>
—	0,00	(5,02 · 10 <sup>-3</sup> )	—	—
$R_0$ in $\Omega$ bei 273,16		1,80 · 10 <sup>-4</sup>		—

g) Palladium (Montierungsart 1)

Von den drei untersuchten Palladiumsorten zeigt Pd 3 im Temperaturgebiet des flüssigen Heliums eine geringe Widerstandszunahme, während Pd 1 eine kleine Widerstands-

1) W. Meissner, Ztschr. f. Phys. 38. S. 647. 1926.

Tabelle 49. Palladium

Atom-Nr. Krist.-Syst. Metall Herkunft, Verunreinigung	46 K. fz. Pd 1		Pd 2		Pd 3		Mittel aus Pd 1, Pd 2 und Pd 3	$\theta = 270$ , berechnet nach Formel (2)
	Heraeus 1921		Heraeus 1924		Heraeus 1927 keine <sup>1)</sup>			
	2,5 <sup>n</sup> 500° C		2,5 <sup>n</sup> 500° C		—			
Behandlung	27,0 mm 0,6 mm $\phi$		60,0 mm 0,5 mm $\phi$		34 mm 1,8 mm $\phi$			
Länge Dicke	27,0 mm 22,4 mm		58,7 mm 50,4 mm		34 mm 29,5 mm			
Abst. d. Strom- u. Spannungsdr.								
He-Dampfdruck mm Hg	Grad abs.	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{red.}}$	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{red.}}$	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{red.}}$	$r_{\text{ber.}}$
—	273,16	1	1	1	1	1	1	1
—	88,90	—	(0,2197)	0,2220	0,2176 <sub>8</sub>	—	0,2204	0,2203
—	88,16	—	(0,2165)	—	(0,2143 <sub>8</sub> )	0,2798	0,2206	0,2170
—	78,30	—	(0,1739)	—	(0,1704 <sub>8</sub> )	0,2398	0,1773	0,1739
—	77,82	—	(0,1718)	0,1730	0,1683 <sub>8</sub>	—	(0,1752)	0,1718
—	77,73	—	(0,1714)	—	(0,1679 <sub>8</sub> )	—	(0,1748)	0,1714
—	20,46	—	(0,0090)	0,00958 <sub>8</sub>	0,00401 <sub>8</sub>	—	(0,0048)	0,0026
—	20,45	—	(0,00 0)	—	(0,00401 <sub>8</sub> )	0,0804	0,0049	0,0026
—	20,42	—	(0,0060)	—	(0,00399 <sub>8</sub> )	—	0,0048	0,0026
776,3	4,22	—	(0,0002 <sub>8</sub> )	—	(0,00006 <sub>8</sub> )	0,0760	0,0001	0,0000
774	4,22	0,0247	(0,0002 <sub>8</sub> )	—	(0,00006 <sub>8</sub> )	—	(0,0000)	0,0000
765,0	4,20	—	(0,0002 <sub>8</sub> )	0,00565 <sub>8</sub>	0,00006 <sub>8</sub>	—	0,0001	0,0000
213,1	3,16	—	(0,0001 <sub>8</sub> )	0,00562 <sub>8</sub>	0,00003 <sub>8</sub>	—	0,0001	0,0000
3,5	1,45	—	(0,0001 <sub>8</sub> )	0,00559 <sub>8</sub>	0,00000 <sub>8</sub>	—	0,0000 <sub>8</sub>	0,0000 <sub>8</sub>
2,3	1,36	—	(0,0001 <sub>8</sub> )	—	0,00000 <sub>8</sub>	—	—	0,0000 <sub>8</sub>
1,4	1,27	0,0245	(0,0001 <sub>8</sub> )	0,00559 <sub>8</sub>	0,00000 <sub>8</sub>	0,0764	0,0000 <sub>8</sub>	0,0000 <sub>8</sub>
0,7	1,17	—	(0,0001 <sub>8</sub> )	0,00559 <sub>8</sub>	0,00000 <sub>8</sub>	—	0,0000 <sub>8</sub>	0,0000 <sub>8</sub>
—	0,00	(0,0244)	—	(0,00559 <sub>8</sub> )	—	(0,0760)	—	—
$R_0$ in $\Omega$ bei 273,16		7,80 · 10 <sup>-3</sup>	—	2,624 · 10 <sup>-2</sup>	—	1,274 · 10 <sup>-3</sup>	—	—

1) mit Elementen der Ordnungszahlen 22 bis 92; event. Verunreinigungen mit Karbiden und Oxyden.

abnahme aufweist und Pd 2 zwischen  $4,2^\circ$  und  $1,17^\circ$  abs. einen konstanten Widerstandswert hat. Pd 2 ist mit seinem niedrigen Restwiderstand von  $0,0056 R_0$  die reinste unter den drei Palladiumproben.

Bei Reduktion nach der Matthiessen-Nernstschen Regel erhält man bei den drei Palladiumsorten nicht genau die gleichen  $r$ -Werte. Mittelt man die  $r_{\text{red.}}$ -Werte trotzdem, so ergibt sich als charakteristische Temperatur  $\theta = 270$ . F. Simon berechnet nach der Lindemannschen Schmelzpunktsformel  $\theta = 260$ . Nach C. Blom findet man als Mittelwert  $\theta = 268$ .

#### b) Platin (Montierungsart 1)

Es wurde dasselbe Platinstäbchen benutzt, das der eine<sup>1)</sup> von uns früher bis herunter zu  $20^\circ$  abs. untersucht hatte. Die früheren und die jetzigen Resultate sind in Tabelle 50 zusammengestellt.

Tabelle 50. Platin

Atom-Nr. Kristallsystem	Metall	78 K. fz.	Pt 1	$\theta = 240$ , berechnet nach Formel (2)
Herkunft, Verunreinigung		Heraeus		
Behandlung		einige Zeit auf schwacher Weißglut		
Länge Dicke		etwa 70 mm 2,0 mm $\phi$		
Abstand der Stromdrähte Abstand d. Spannungsdr.		etwa 70 mm 63 mm		
He-Dampfdruck mm Hg	Grad abs.	$r_{\text{beob.}}$	$r_{\text{red.}}$	$r_{\text{ber.}}$
—	273,16	1	1	1
—	91,4	0,250	0,248	0,248 <sub>0</sub>
—	20,40	$6,07 \cdot 10^{-3}$	$4,44 \cdot 10^{-3}$	$3,61 \cdot 10^{-3}$
767	4,21	$1,68 \cdot 10^{-3}$	$0,04 \cdot 10^{-3}$	$0,01 \cdot 10^{-3}$
2,2	1,35	$1,65 \cdot 10^{-3}$	$0,01 \cdot 10^{-3}$	$0,00 \cdot 10^{-3}$
	0,00	$(1,64 \cdot 10^{-3})$	—	—
$R_0$ in $\Omega$ bei 273,16		$1,911 \cdot 10^{-3} \Omega$		—

Für die charakteristische Temperatur ergibt sich aus den Werten für tiefe Temperaturen  $\theta = 240$ . E. Grüneisen be-

1) W. Meissner, Ztschr. f. Phys. 38. S. 647. 1926.

rechnet unter Berücksichtigung des ganzen Temperaturbereiches von  $4,2$  bis  $773^\circ$  abs. nach Formel (5) bei Benutzung der konstanten  $\alpha_1 = +0,0003$  und  $\alpha_2 = -0,0000004$  den Wert<sup>1)</sup>  $\theta = 230$ , der mit den von ihm aus dem Verlauf der Atomwärme<sup>1)</sup> bzw. des thermischen Ausdehnungskoeffizienten<sup>2)</sup> abgeleiteten Werten genau übereinstimmt, während der von ihm aus dem Verhältnis des Ausdehnungskoeffizienten zur Atomwärme berechnete Wert<sup>2)</sup>  $\theta = 236$  ergibt. F. Simon leitet aus der spezifischen Wärme den Wert  $\theta = 220$  bzw.  $\theta = 225$  ab. C. Blom findet als mittleren Wert  $\theta = 239$ .

#### V. Schlußfolgerungen

Faßt man das Vorhergehende zusammen, so ergibt sich folgendes Bild:

Supraleitend werden die Metalle Quecksilber, Indium, Thallium, Thorium, Zinn, Blei, Tantal und Titan sowie eventuell Ruthenium, ferner nach neuesten Messungen Niobium.<sup>3)</sup>

Andeutungen zur Supraleitfähigkeit finden sich bei Rubidium, Zirkon, Vanadium, Arsen und Antimon. Es ist daher notwendig, die reinen Metalle noch unterhalb  $1,2^\circ$  abs. zu untersuchen. Messungen bis herunter zu  $0,9^\circ$  abs. sind in Leiden teilweise schon durchgeführt.

Die aus dem Widerstandsverlauf berechneten charakteristischen Temperaturen sind in Tabelle 51 in das periodische System der Elemente der durch die Quantentheorie begründeten Form eingetragen. Man sieht, daß danach die Werte in jeder Gruppe mit steigender Ordnungszahl sinken, dagegen in jeder Periode, soweit es sich um die *a*-Gruppen handelt, mit steigender Gruppenzahl steigen, bei den *b*-Gruppen dagegen im allgemeinen sinken.

Zu betonen ist dabei, daß diese Einordnung eigentlich nur für die regulären Metalle Sinn hat. Bei den nichtregulären läßt sich der Widerstand nach Grüneisen und Goens, sofern man Einkristalle hat, nur durch eine Summe von drei

1) E. Grüneisen, Handbuch, Artikel „Metallische Leitfähigkeit“, S. 21.

2) E. Grüneisen, Handbuch, Artikel „Zustand des festen Körpers“, S. 44.

3) W. Meissner u. H. Franz, Ztschr. f. Phys. 63. S. 558. 1930.

Tabelle 51

Periode	Gruppe Ia	Gruppe IIa	Gruppe IIIa	Gruppe IVa	Gruppe Va	Gruppe VIa	Gruppe VIIa	Gruppe VIIIa	Gruppe Ib	Gruppe IIb	Gruppe IIIb	Gruppe IVb	Gruppe Vb	Gruppe VIb	Gruppe VIIb	Gruppe VIIIb		
1	1 H	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2 He		
2	3 Li $\theta=376$	4 Be	5 B	6 C	—	—	—	—	—	—	—	—	7 N	8 O	9 F	10 Ne		
3	11 Na $\theta=233$	12 Mg $\theta=357$	13 Al $\theta=438$	14 Si	—	—	—	—	—	—	—	—	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar		
4	19 K $\theta=181$	20 Ca	21 Sc	22 Ti $\theta=342$	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe $\theta=519$	27 Co $\theta=401$	28 Ni $\theta=472$	29 Cu $\theta=355$	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As $\theta=291$	34 Se	35 Br	36 Kr
5	37 Rb $\theta=85$	38 Sr $\theta=171$	39 Y	40 Zr $\theta=288$	41 Nb	42 Mo	43 Ma	44 Ru $\theta=426$	45 Rh $\theta=419$	46 Pd $\theta=270$	47 Ag $\theta=239$	48 Cd	49 In $\theta=198$	50 Sn $\theta=210$	51 Sb $\theta=241$	52 Te	53 J	54 X
6	55 Cs	56 Ba $\theta=133$	57-71 Seltene Erden	72 Hf	73 Ta $\theta=228$	74 W $\theta=385$	75 Re $\theta=310$	76 Os	77 Ir $\theta=316$	78 Pt $\theta=240$	79 Au $\theta=192$	80 Hg $\theta=37$	81 Tl $\theta=140$	82 Pb $\theta=92$	83 Bi $\theta=62$	84 Po	85	86 Em
7	87	88 Ra	89 Ac	90 Th $\theta=168$	91 Pa	92 U	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Die charakteristischen Temperaturen im Zusammenhang mit dem periodischen System der Elemente.

Debye-Funktionen mit verschiedenen  $\theta$ -Werten darstellen, und man kann von einem mittleren, temperaturunabhängigen  $\theta$ -Wert bei nichtregulären Einkristallen nicht sprechen. Vielleicht ist aber trotzdem in einiger Annäherung die Darstellung des Widerstandes durch einen einzigen  $\theta$ -Wert bei den nicht-regulären Metallen möglich, sofern man polykristallines Material hat, bei dem keine Achsenrichtung des Kristallsystems irgendwie bevorzugt ist. Dafür scheint etwas die Einordnung, auch der nichtregulären, als polykristallines Material untersuchten Metalle in Tabelle 51 zu sprechen.

Will man einen Überblick über die Temperatur-Widerstandskurve der Metalle im Zusammenhang mit ihren  $\theta$ -Werten erhalten, so muß man noch folgendes beachten:

In den Formeln (2), (2a) und (5) zur Berechnung der  $r$ -Werte steht im Nenner immer der auf  $0^\circ \text{C}$  bezogene Widerstandswert. Hierin steckt aber eine Willkür, die sich darin äußert, daß die berechneten  $r$ - $T$ -Kurven sich unter Umständen schneiden können, so daß die Reihenfolge der für verschiedene  $\theta$ -Werte berechneten Kurven bei verschiedenen Temperaturen verschieden ausfallen kann. Dies erkennt man folgendermaßen: Nach der einfachsten Formel (2a) ist bei einer bestimmten Temperatur  $T$  für zwei Metalle 1 und 2 das Verhältnis ihrer  $r$ -Werte

$$(7) \quad \frac{r_1}{r_2} = \frac{F\left(\frac{T}{\theta_1}\right)}{F\left(\frac{T}{\theta_2}\right)} : \frac{F\left(\frac{T_0}{\theta_1}\right)}{F\left(\frac{T_0}{\theta_2}\right)} = \frac{1-\psi}{1-\chi}.$$

Ist nun  $\theta_1$  nur wenig größer als  $\theta_2$ , so kann wegen der mehrfachen Krümmung der Debye-Kurve  $\psi \geq \chi$  werden je nach der Stelle, an der  $\frac{T}{\theta_1}$  und  $\frac{T}{\theta_2}$ , sowie  $\frac{T_0}{\theta_1}$  und  $\frac{T_0}{\theta_2}$  auf der Debye-Kurve liegen.

Von diesem Mangel der Darstellung macht man sich frei, wenn man statt  $T_0$  für jedes Metall seine charakteristische Temperatur  $\theta$  einführt. Es werde dementsprechend gesetzt:

$$(8) \quad r = \frac{T \cdot F\left(\frac{T}{\theta}\right)}{\theta \cdot F(1)}.$$



Dann erhält man für das Verhältnis  $\frac{r_1}{r_2}$  bei einer bestimmten Temperatur  $T$  für zwei verschiedene Metalle den Ausdruck

$$(9) \quad \frac{r_1}{r_2} = \frac{F\left(\frac{T}{\theta_1}\right)}{F\left(\frac{T}{\theta_2}\right)} \cdot \frac{\theta_2}{\theta_1}.$$

Ist  $\theta_1 > \theta_2$ , so ist demnach für sämtliche  $T$ -Werte  $\frac{r_1}{r_2} < 1$ ,

da sowohl  $\frac{F\left(\frac{T}{\theta_1}\right)}{F\left(\frac{T}{\theta_2}\right)}$  als auch  $\frac{\theta_2}{\theta_1}$  für alle  $T$ -Werte kleiner als 1

ist. Die  $r$ -Kurven ordnen sich also unter allen Umständen nach der Reihenfolge ihrer  $\theta$ -Werte.

Dieser Überlegung entsprechend berechnen wir einerseits aus den nach den Formeln (2), (2a) und (5) ermittelten  $r$ -Werten die  $r$ -Werte durch Multiplikation mit  $\left(\frac{R_0}{R_\theta}\right)_{\text{ber.}}$ , andererseits bilden wir die  $r_{\text{red.}}$ -Werte durch Multiplikation der  $r_{\text{red.}}$ -Werte mit  $\left(\frac{R_0}{R_\theta}\right)_{\text{red.}}$ . Hierbei sind die reduzierten Werte entsprechend dem Früheren die mit Hilfe der Matthiessen-Nernstschen Regel aus den beobachteten Werten für ideal reines Material abgeleiteten Werte. Die so ermittelten  $r_{\text{red.}}$ - und  $r_{\text{ber.}}$ -Werte sind für die drei Temperaturen  $T = 77,74^\circ$  abs.,  $20,4^\circ$  abs. und  $4,2^\circ$  abs. in Tab. 52 und in den Figg. 11, 12 und 13 eingetragen. Hierbei sind nicht berücksichtigt die Werte für nichtreguläre Einkristalle.

Daß in den Figuren die berechneten Werte nicht genau auf einer glatt verlaufenden Kurve liegen, hat seinen Grund darin, daß bei den verschiedenen Metallen nicht immer dieselbe Formel, sondern teilweise Formel (2), teilweise Formel (2a) verwendet wurde.

Man sieht, daß bei  $77,74^\circ$  abs. die reduzierten  $r$ -Werte genau in der Reihenfolge der zugehörigen  $\theta$ -Werte liegen und daß die Abweichungen zwischen den berechneten und reduzierten Werten nur sehr gering sind. Bei  $20,4^\circ$  abs. sind die Abweichungen zwischen den  $r_{\text{ber.}}$ - und  $r_{\text{red.}}$ -Werten schon so groß, daß die Reihenfolge der reduzierten  $r$ -Werte durchaus

Tabelle 52a

Metall	$\theta$	Berechnung von $\theta$ nach Formel	$\left(\frac{R_0}{R_\theta}\right)_{\text{ber.}}$	$\left(\frac{R_0}{R_\theta}\right)_{\text{red.}}$	$T = 77,74^\circ \text{ abs.}$	
					$r_{\text{ber.}}$	$r_{\text{red.}}$
Hg	37	2	7,73 <sub>4</sub>	7,87 <sub>4</sub>	2,18 <sub>2</sub>	2,19 <sub>4</sub>
Bi	62	2	4,44 <sub>1</sub>	4,34 <sub>7</sub>	1,21 <sub>0</sub>	1,29 <sub>0</sub>
Rb	85	2	3,72 <sub>0</sub>	3,74 <sub>0</sub>	0,903 <sub>2</sub>	0,905
Pb	92	5	3,29 <sub>0</sub>	3,30	0,821 <sub>8</sub>	0,819 <sub>7</sub>
Ba	133	2a	2,13 <sub>2</sub>	2,04	0,533 <sub>3</sub>	0,510 <sub>3</sub>
Tl	140	2	2,09 <sub>4</sub>	2,17	0,492 <sub>3</sub>	0,510 <sub>2</sub>
Th	168	2a	1,67 <sub>0</sub>	1,77	0,388 <sub>1</sub>	0,409 <sub>0</sub>
Sr	171	2a	1,63 <sub>0</sub>	1,73	0,376 <sub>5</sub>	0,398 <sub>1</sub>
K	181	2	1,59 <sub>0</sub>	1,67	0,342 <sub>2</sub>	0,358 <sub>0</sub>
Au	192	2	1,47 <sub>1</sub>	1,55	0,315 <sub>1</sub>	0,332 <sub>3</sub>
In	198	2a	1,41 <sub>1</sub>	1,49	0,304 <sub>8</sub>	0,321 <sub>8</sub>
Sn	210	2	1,33 <sub>0</sub>	1,38	0,271 <sub>0</sub>	0,282 <sub>0</sub>
Ta	228	2	1,21 <sub>0</sub>	1,25	0,240 <sub>0</sub>	0,246 <sub>1</sub>
Na	233	2	1,20 <sub>2</sub>	1,21	0,220 <sub>7</sub>	0,224 <sub>3</sub>
Ag	239	2	1,16 <sub>2</sub>	1,18	0,217 <sub>1</sub>	0,219 <sub>0</sub>
Pt	240	2	1,15 <sub>5</sub>	1,15	0,217 <sub>4</sub>	0,217 <sub>5</sub>
Sb	241	2	1,14 <sub>3</sub>	1,15	0,217 <sub>0</sub>	0,217 <sub>1</sub>
Pd	270	2	1,01 <sub>3</sub>	1,00	0,173 <sub>0</sub>	0,171 <sub>1</sub>
Zr	288	2a	0,943	(0,945)	0,155 <sub>4</sub>	0,156 <sub>1</sub>
As	291	2	0,933	0,935	0,152 <sub>2</sub>	0,153 <sub>0</sub>
Re	310	2a	0,868	(0,873)	0,133 <sub>1</sub>	0,134 <sub>0</sub>
Ir	316	2a	0,849	0,853	0,127 <sub>4</sub>	0,128 <sub>0</sub>
Ti	342	2a	0,776	(0,777)	0,107 <sub>2</sub>	0,107 <sub>5</sub>
Cu	355	2	0,739	0,738	0,0952	0,0866
Mg	357	2	0,733	0,743	0,0941	(0,0954)
Li	376	2	0,686	0,691	0,0798	0,0804
W	385	2	0,674	0,658	0,0790	0,0772
Co	401	2	0,626	0,610	0,0684	0,0666
Rh	419	2a	0,611	0,614	0,0638	0,0642
Ru	426	2a	0,599	(0,598)	0,0609	0,0608
Al	438	2	0,565	0,575	0,0530	0,0541
Ni	472	2	0,518	0,436	0,0431	0,0366
Cr	495	2a	0,494	(0,435)	0,0379	0,0334
Fe	519	2	0,454	0,367	0,0325	0,0262

$\theta$  = charakteristische Temperatur;  $R_0$  = Widerstand bei  $273,16^\circ \text{ abs.}$

nicht mehr den  $\theta$ -Werten entspricht. Dasselbe gilt für die Werte bei  $4^\circ \text{ abs.}$  Aber sowohl bei  $20^\circ$  als auch bei  $4^\circ \text{ abs.}$  liegen die Abweichungen zwischen den reduzierten und berechneten Werten, soweit sie vorhanden sind, meist in der Richtung,

Tabelle 52 b

Metall	$T = 20,4^\circ \text{ abs.}$		$T = 4,2^\circ \text{ abs.}$		Restwiderstand $R$ bei $0^\circ \text{ abs.}$
	$r_{\text{ber.}}$	$r_{\text{red.}}$	$r_{\text{ber.}}$	$r_{\text{red.}}$	$R$ bei $0^\circ \text{ C}$
Hg	0,492 <sub>7</sub>	0,505 <sub>7</sub>	0,0134	0,0157	0,0000
Bi	0,215 <sub>8</sub>	0,218 <sub>8</sub>	0,00178	0,00739	0,104 <sub>0</sub> i. M.
Rb	0,118 <sub>8</sub>	0,1717	0,0002 <sub>8</sub>	0,0063 <sub>6</sub>	0,0375
Pb	0,0988 <sub>0</sub>	0,0977 <sub>8</sub>	—	—	0,0000
Ba	0,0363 <sub>7</sub>	0,0485 <sub>8</sub>	0,0006	0,0014	0,0443
Tl	0,0301 <sub>1</sub>	0,0707 <sub>4</sub>	0,0000	0,0035	0,0149
Th	0,0167 <sub>8</sub>	0,026 <sub>6</sub>	0,0000	0,0012	0,0164
Sr	0,0156 <sub>8</sub>	0,043 <sub>8</sub>	0,0000	0,0010	0,093 <sub>2</sub>
K	0,0127 <sub>0</sub>	0,0328	0,0000	0,00289	0,0927
Au	0,0102 <sub>5</sub>	0,00888	0,0000	0,00000 <sub>5</sub>	0,00029 <sub>1</sub>
In	0,0092	0,0345	0,0000	0,00202	0,00253
Sn	0,0068 <sub>8</sub>	0,0156 <sub>8</sub>	0,0000	0,000055	0,00075 <sub>0</sub>
Ta	0,0051 <sub>8</sub>	0,0056	—	—	0,0226 i. M.
Na	0,0044 <sub>0</sub>	0,0042 <sub>1</sub>	0,0000	0,00000	0,00323
Ag	0,0041 <sub>7</sub>	0,0038 <sub>8</sub>	0,0000	0,00004 <sub>4</sub>	0,00678 <sub>7</sub>
Pt	0,0041 <sub>7</sub>	0,00510	0,0000	0,00005	0,00164
Sb	0,0041 <sub>3</sub>	0,0154	0,0000	0,0006 <sub>2</sub>	0,0214 i. M.
Pd	0,0026	0,0049	0,0000	0,0000 <sub>8</sub>	0,0353 i. M.
Zr	0,0021 <sub>1</sub>	0,00488	0,0000	0,0026	0,0394
As	0,0019 <sub>8</sub>	0,0115	0,0000	0,0026	0,0201
Re	0,0015 <sub>0</sub>	0,0015	0,0000	0,0015	0,108 <sub>8</sub>
Ir	0,0014 <sub>0</sub>	0,00531	0,0000	0,00029	0,0476 <sub>8</sub>
Ti	0,00085	0,0086 <sub>2</sub>	0,0000	0,005 <sub>7</sub>	0,209 <sub>2</sub>
Cu	0,00086	0,00038	0,0000	0,00001	0,00031 i. M.
Mg	0,00086	(0,00081)	0,0000	(0,00130)	0,0428 i. M.
Li	0,00067	0,00104	0,0000	0,00124	0,0058 <sub>0</sub>
W	0,00065	0,00051	0,0000	0,00000 <sub>8</sub>	0,0156 i. M.
Co	0,00053	0,00118	0,0000	0,0007 <sub>8</sub>	0,0506 i. M.
Rh	0,00047	0,00035	0,0000	0,0000 <sub>8</sub>	0,00296
Ru	0,0004 <sub>2</sub>	0,00017	0,0000	0,0000	0,0827
Al	0,00036	0,0006 <sub>0</sub>	0,0000	0,0000	0,0163 i. M.
Ni	0,00027	0,00070	0,0000	0,00002 <sub>4</sub>	0,00502
Cr	0,000 <sub>2</sub>	0,0003 <sub>0</sub>	0,0000	0,000 <sub>2</sub>	0,052 <sub>8</sub>
Fe	0,0001 <sub>8</sub>	0,00058	0,0000	0,0000 <sub>8</sub>	0,0257 i. M.

 $R_\theta = \text{Widerstand bei } \theta^\circ \text{ abs.};$ 

$$r_{\text{ber.}} = r_{\text{ber.}} \left( \frac{R_0}{R_\theta} \right)_{\text{ber.}}; \quad r_{\text{red.}} = r_{\text{red.}} \left( \frac{R_0}{R_\theta} \right)_{\text{red.}}$$

daß die reduzierten Werte größer als die berechneten sind. Bei der von uns verwendeten Art der Berechnungsweise erfolgt also bei der Mehrzahl der Metalle der Widerstands-

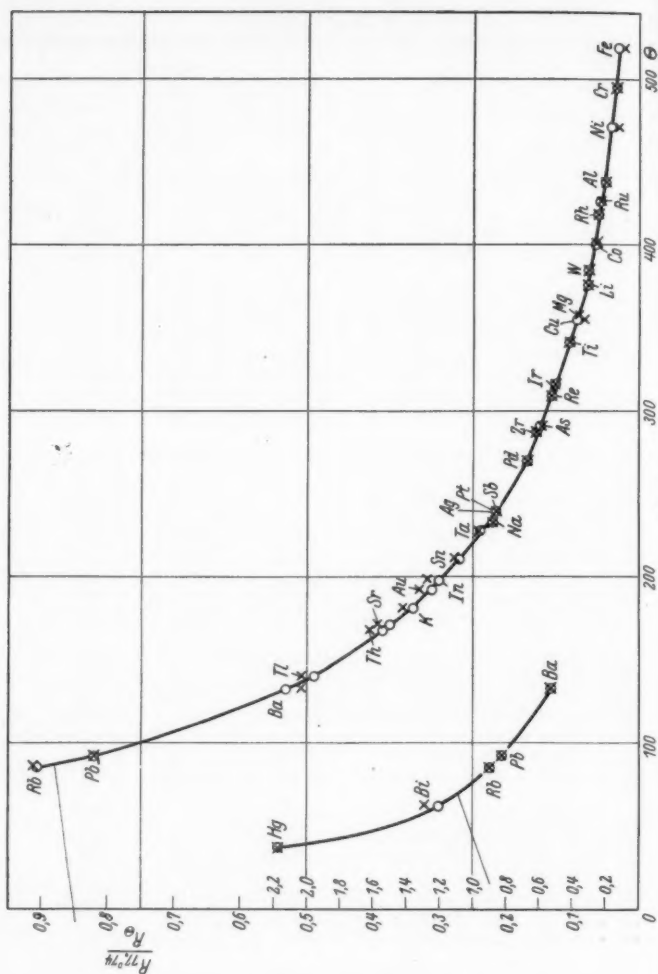


Fig. 11

Erklärung zu Fig. 11:

$$\text{Abhängigkeit des Verhältnisses } \frac{R_{77,74^{\circ}}}{R_{\theta}} = r_{77,74^{\circ}}$$

von der charakteristischen Temperatur  $\theta$  für berechnete Werte (Kreise)  
und reduzierte Werte (Kreuze)

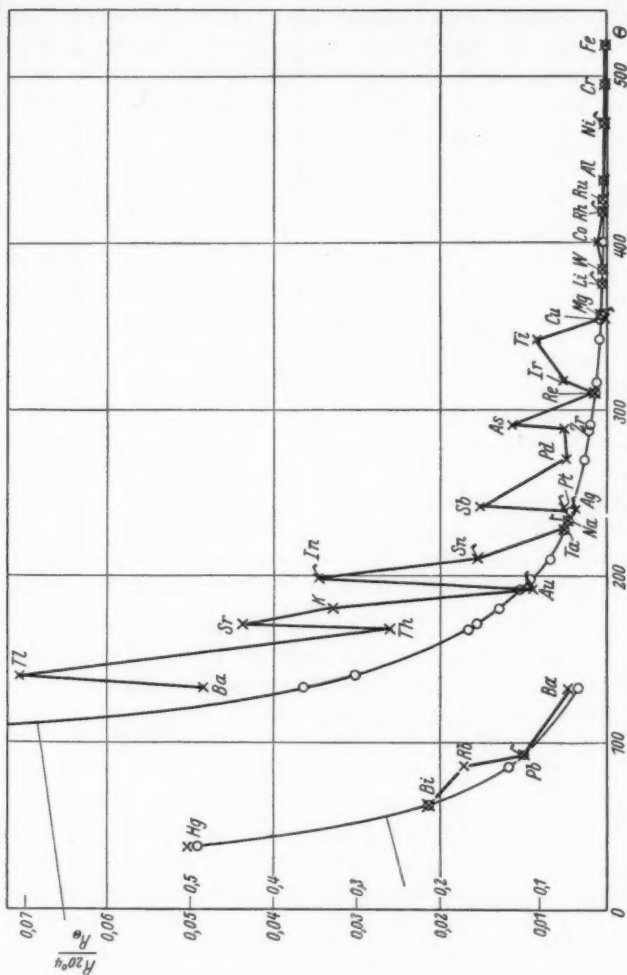


Fig. 12

Erklärung zu Fig. 12:

Abhängigkeit des Verhältnisses  $\frac{R_{20,40}}{R_{\theta}} = r_{20,40}$  von der charakteristischen Temperatur  $\theta$  für berechnete Werte (Kreise) und reduzierte Werte (Kreuze) (die mit einem Fähnchen markierten reduzierten Werte gehören zu den reinsten Metallen mit einem Restwiderstand  $\leq 0,007 R_0$ )

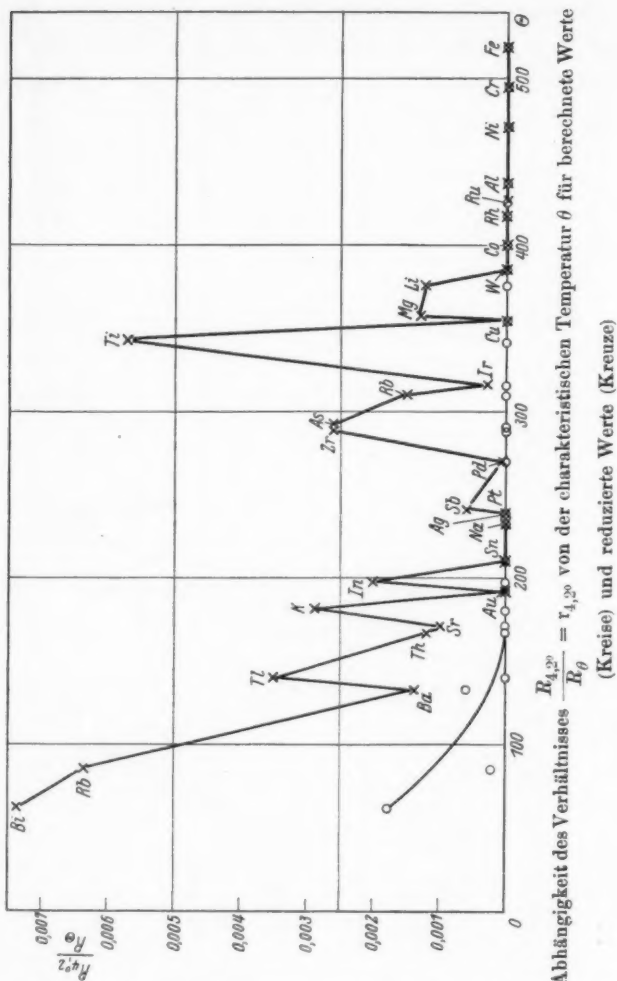


Fig. 13

anstieg in tiefen Temperaturen schneller als der Grüneisen-schen Widerstandsformel entspricht, in ganz tiefen Temperaturen also schneller als mit  $T^4$ .

Um festzustellen, ob die Abweichungen zwischen den berechneten und reduzierten Werten etwa darauf zurückzuführen

sind, daß die Reduktion wegen mangelnder Reinheit des Materials nicht genau genug möglich war, sind in Fig. 12 die besonders reinen Metalle durch Fähnchen an den Kreuzen besonders gekennzeichnet. Man sieht aber, daß auch unter diesen solche sind, die stark herausfallen. Durchgängig sind die Abweichungen offenbar um so größer, je kleiner der  $\theta$ -Wert ist. Dies dürfte damit zusammenhängen, daß der durch die Formel darzustellende Temperaturbereich von 1,2 bis 273° abs., in reduzierten Temperaturen  $\frac{T}{\theta}$  ausgedrückt, um so größer wird, je kleiner  $\theta$  ist, weswegen die Anpassung der berechneten Kurve an die beobachtete Kurve für kleinere  $\theta$  weniger gut möglich ist, als für große  $\theta$ . Wir haben auch noch versucht, bei dem sehr reinen Indium eine bessere Übereinstimmung zwischen Berechnung und Beobachtung durch Wahl eines anderen  $\theta$ -Wertes herbeizuführen. Doch werden dann, wenn man die Abweichungen bei 20,4° abs. klein macht, die Abweichungen bei höheren Temperaturen prozentual unzulässig groß. Alles in allem muß man aber wohl trotzdem sagen, daß die Grüneisensche Widerstandsformel die für ideal reines Material geltenden Widerstandswerte verhältnismäßig gut wiedergibt.

Bei diesen Schlußfolgerungen sind noch nicht berücksichtigt die folgenden Metalle, die zwar untersucht wurden, aber noch nicht genügenden Reinheitsgrad oder ungenügende Kristallform besaßen: Caesium, Beryllium, Calcium, Bor, Gallium, Graphit, Silicium, Cer, Germanium, Vanadium, Molybdän, Uran, Selen, Tellur und Mangan.

Bei Silicium, Graphit und Bor, vielleicht auch bei Tellur und Selen, sind Messungen an Einkristallen erforderlich, um ein richtiges Bild von dem Verhalten ihres metallischen Widerstandes zu bekommen. Derartige Messungen sind in Angriff genommen.

Unzugänglich waren uns noch metallischer Phosphor, Scandium, Yttrium, Masurium, Hafnium und Osmium, sowie die seltenen Erden mit Ausnahme von Cer.

Der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft sind wir für die Unterstützung der vorstehenden Untersuchungen zu großem Dank verpflichtet.

**VI. Zusammenfassung**

Für den größten Teil der Metalle wird die Abhängigkeit des Widerstandes von der Temperatur zwischen 1,2 und 273° abs., meist nach neuen Messungen, mitgeteilt. Aus den beobachteten Widerstandswerten werden die für ideal reine Metalle gültigen, soweit dies möglich ist, abgeleitet. Aus letzteren werden die charakteristischen Temperaturen der Metalle nach der Grüneisenschen Widerstandsformel berechnet. Die dabei erhaltenen Resultate werden diskutiert, wobei sich u. a. ergibt, daß es in theoretischer Hinsicht nicht zweckmäßig ist, die Temperaturabhängigkeit des auf den Wert 1 bei 0° C bezogenen Widerstandes zu betrachten. Es empfiehlt sich vielmehr, die beobachteten Widerstandswerte durch den Widerstand bei der charakteristischen Temperatur statt durch den bei 0° C zu dividieren und die Temperaturabhängigkeit der so erhaltenen  $r$ -Werte den Betrachtungen zugrunde zu legen.

(Eingegangen 2. Oktober 1930)



**Über**  
**das Einfangen von Elektronen durch Protonen**  
**Von Karl Wolf**

(Mit 8 Figuren)

Davis und Barnes<sup>1)</sup> haben unlängst einen Versuch über das Einfangen von Elektronen durch  $\alpha$ -Teilchen angestellt. Sie schossen Elektronen auf einen  $\alpha$ -Strahl und fanden bei bestimmten Relativgeschwindigkeiten der Elektronen gegenüber den  $\alpha$ -Teilchen Intensitätsabnahmen des  $\text{He}^{++}$ -Strahls bis zu 100 Proz. Dafür konnten sie ein entsprechendes Auftreten von  $\text{He}^+$  und  $\text{He}^0$  feststellen. Die diskreten Geschwindigkeitswerte standen in einfacher Beziehung zu den Energieniveaus des Heliumatoms. Dieses Ergebnis war sehr überraschend und es konnten auch einige Arbeiten<sup>2)</sup>, die sich an die Veröffentlichung anschlossen, keine befriedigende Erklärung dafür geben. Es war von Interesse, zu untersuchen, ob dieses Verhalten der  $\alpha$ -Teilchen auch bei anderen Korpuskularstrahlen auftritt, d. h. ob es einer allgemeinen Atomeigenschaft entspricht. Es wurde daher das Einfangen von Elektronen durch *Protonen* in Abhängigkeit von der Relativgeschwindigkeit untersucht und bereits kurz berichtet<sup>3)</sup>, daß elektrometrisch keine selektive Abnahme der Protonenintensität bei bestimmten Geschwindigkeiten festgestellt werden konnte. Da es wesentlich schien, dieses Ergebnis auch objektiv festzulegen, wird in vorliegender Untersuchung eine photographisch-photometrische Analyse des

1) B. Davis und A. Barnes, Phys. Rev. **34**. S. 152. 1929; A. Barnes, Phys. Rev. **35**. S. 217. 1930.

2) W. Wessel, Physik. Ztschr. **31**. S. 357. 1930; E. Stueckelberg und Ph. Morse, Phys. Rev. **35**. S. 116. 1930; E. Adams, Phys. Rev. **34**. S. 357. 1929 u. a.

3) Naturwiss. **18**. S. 753. 1930.

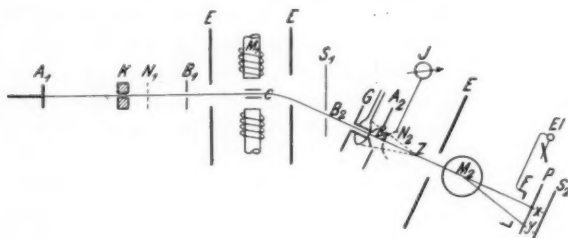
mit Elektronen beschossenen Protonenstrahls mitgeteilt, die das vorläufige Ergebnis bestätigt.

Ist  $V_n$  die beschleunigende Spannung der Elektronen und  $V_o$  diejenige Spannung, die Elektronen durchfallen müssen, um die gleiche Geschwindigkeit zu erhalten wie die  $\alpha$ -Teilchen, so fanden Davis und Barnes Selektivitäten, wenn  $V_n^{1/2} = V_o^{1/2} \pm E_n^{1/2}$  ist, wobei  $E_n$  die Voltenergie der Heliumterme bedeutet. Um günstige experimentelle Bedingungen zu haben, wurde bei unserem Versuch  $V_o = 38,1$  Volt gewählt, das entspricht einer Geschwindigkeit der Protonen von 70 kV. Für  $n = 1$  wird dann  $V_n = 6,2$  bzw. 97 Volt. Das sind Elektronengeschwindigkeiten, die experimentell noch gut zu handhaben sind.

### Versuchsanordnung

Fig. 1 zeigt schematisch die Versuchsanordnung.

In einer Kanalstrahlröhre ( $A_1$  Anode,  $K$  Kathode) werden nach der Wienschen Durchströmungsmethode Wasserstoff-



Versuchsanordnung

Fig. 1

kanalstrahlen von 30 kV erzeugt. Im Kanal wird mit einer Quarzpumpe das durchströmende Gas abgepumpt. Zwischen  $K$  und einem Netz  $N_1$  werden diese Kanalstrahlen im Hochvakuum (vierstufige Stahlpumpe) auf 70 kV nachbeschleunigt. Die Spannung wird in einer Stabilvoltanlage erzeugt.  $A_1$  ist mit dem positiven Pol,  $N_1$  mit dem geerdeten negativen Pol verbunden. Die Mitte zwischen den beiden hintereinanderliegenden Kondensatoren der Anlage liegt an der Kathode. Da die Belastung der einen an der Entladungsröhre liegenden Hälfte der Anlage

größer ist als die der andern am Nachbeschleunigungsfeld liegenden, ist die Spannung der letzteren etwas höher. Diese Spannung wird durch ein besonderes, schwach belastetes Entladungsröhr konstant gehalten. Der Strahl wird nun nach Durchgang durch eine viereckigen Blende  $B_1$  von  $\frac{2}{10}$  mm Kantenlänge in parallelen elektrischen und magnetischen Feldern ( $C$  bzw.  $M_1$ ) abgelenkt. Ohne nachbeschleunigendes Feld würde man auf dem Leuchtschirm  $S_1$  die bekannten Thomson'schen Parabeln erhalten — jede Parabel gehört zu einem bestimmten  $e/m$ ,

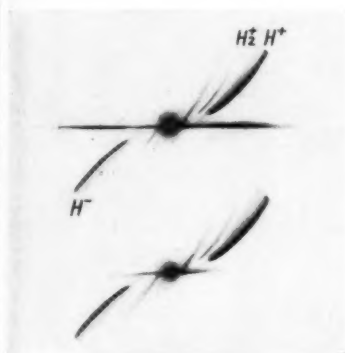


Fig. 2



Fig. 3

längs jeder Parabel treffen die Teilchen verschiedener Geschwindigkeiten auf. — Zwei solche Aufnahmen, bei denen an Stelle des Schirms  $S_1$  eine photographische Platte angebracht war, zeigt Fig. 2.

Bei diesem Versuch hatten das Netz  $N_1$  und die Kathode  $K$  das gleiche Potential. Wird hingegen hinter dem Kanal der Strahl nachbeschleunigt, so erhält man die Fig. 3.

Die Parabeln ziehen sich nahezu auf ihre Köpfe zusammen. Der weitere Verlauf ist nur angedeutet. Wir haben also im wesentlichen nur eine Geschwindigkeit. Bei 76 kV Gesamtspannung bestimmt sich diese Geschwindigkeit der Teilchen aus der Ablenkung zu 70 kV. Die Ausnützung der beschleunigenden Spannung ist also bei dieser Anordnung etwas größer, als bei der von W. Wien<sup>1)</sup> angegebenen. Die ablenkende Spannung am

1) Wien-Harms, Handb. 14. S. 563.

Kondensator  $C$  wird nun so einreguliert, daß der  $H^+$ -Punkt, der bei unserer Anordnung der weitaus intensivste ist, in die Blende  $B_2$  gelangt. Hinter dieser Blende hat man also einen homogenen Protonenstrahl. Durch ein an  $S_1$  angebrachtes bewegliches, durch drei Schrauben justierbares Metallrohr (in Fig. 1 nicht eingezeichnet) kann nun der zweite Teil der Apparatur, ein Rohr, das die Elektronenquelle und die Aufnahmeapparatur trägt, so eingestellt werden, daß der Strahl axial zu diesem Rohr verläuft. Die Elektronenquelle besteht aus dem Glühdraht  $G$  und der Anode  $A_2$ , die die Elektronen vollkommen gegenüber dem Protonenstrahl abschirmt und nur bei  $B_2$  eine ringförmige Blende trägt. Durch diesen Schlitz gelangen die Elektronen kegelförmig vom Glühdraht  $G$  durch das Netz  $N_2$  hindurch nach  $Z$ , wo sie den Protonenstrahl unter einem spitzen Winkel schneiden. Das Netz  $N_2$  dient zur Messung des durch  $B_2$  hindurchgelangenden Elektronenstrahls (seine Stromstärke betrug zwischen  $G$  und  $N_2$  8 mA, zwischen  $G$  und  $A_2$  50 mA). In  $M_2$  befindet sich ein zweites, ablenkendes Magnetfeld, das nach dem Zusammenstoß mit den Elektronen die im Strahl enthaltenen  $H^+$ -Teilchen nach der Stelle  $Y$  hin ablenkt, während die  $H^0$ -Teilchen unabgelenkt nach  $X$  gelangen. Dieses Magnetfeld sorgt gleichzeitig dafür, daß keine Elektronen nach  $P$  gelangen und die Messung stören können.  $S_2$  ist ein Leuchtschirm,  $P$  eine photographische Platte, die vor den Leuchtschirm geschoben werden kann.  $F$  ist ein Faradaykäfig, der im Boden eine schlitzförmige Blende trägt und zur elektrometrischen Eichung der Schwärzungen auf der Platte  $P$  dient.  $El$  ist das dazugehörige Einfeldenelektrometer. Der Protonenstrahl hat eine Stromstärke von  $10^{-9}$  Amp. Weicheisenplatten  $E$  von  $50 \times 50 \times 2$  cm sorgten für sorgfältige Abschirmung der Magnetfelder.

#### Der Versuch

Es wurde nun die Spannung zwischen  $G$  und  $A_2$  von 70–30 Volt von Volt zu Volt variiert und jedesmal auf der Platte  $P$  eine Aufnahme gemacht, wobei auf Konstanz des Stromes in  $J$  geachtet wurde. Zwischen je zwei Aufnahmen wurde zum Vergleich der Strahl ohne Elektronenbeschöpfung photographiert. (In Fig. 4 und Tabelle S. 945 mit 0 bezeichnet.)

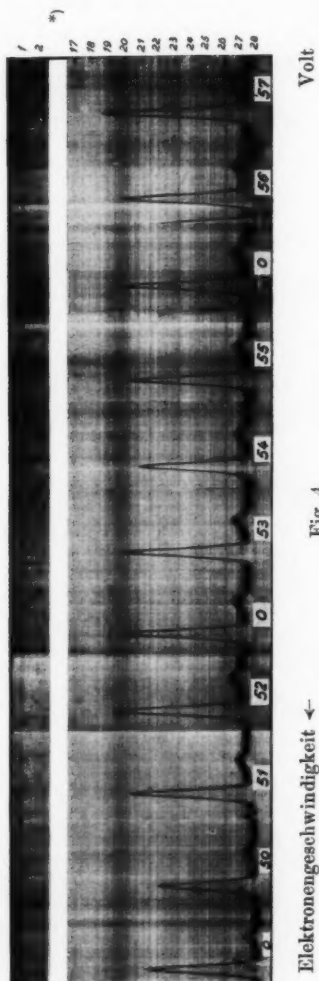
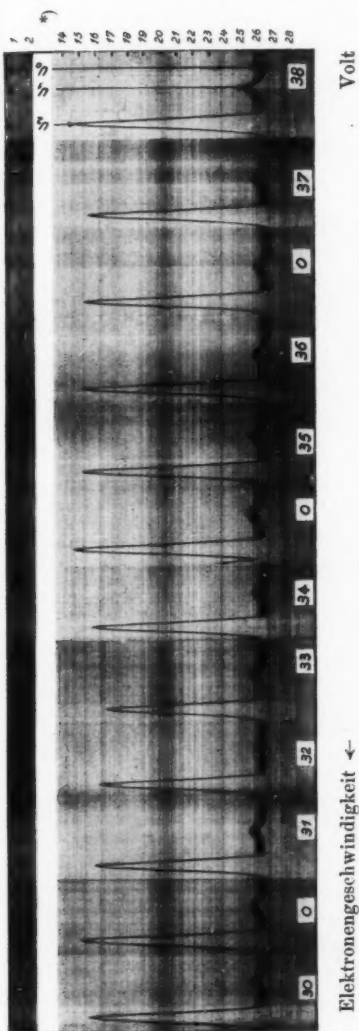


Fig. 4

Photometerkurven der endgültigen Aufnahmen

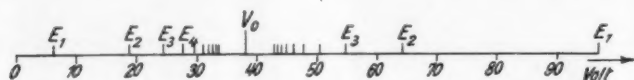
\*) Hier wurde, um Platz zu sparen, das Stück 2—17 bzw. 2—14 (willkürliche Längenskala) herausgeschnitten.

Diese Aufnahmen wurden in einem Kochschen Photometer photometriert, das einen Spalt besaß, der die ganze Breite des  $H^+$ - bzw.  $H^0$ -Strahls in sich aufnehmen konnte, so daß die größte Amplitude der Photometerkurve bereits ein Maß für die integrale Intensität darstellt.

Fig. 4 zeigt die Photometerkurven zweier willkürlich herausgegriffener Bereiche. Der eine umfaßt das Gebiet von 38 bis 30 Volt, der andere das Gebiet von 57—50 Volt.

Die Aufnahmen ohne Elektronenbeschießung des  $H^+$ -Strahls (Nullaufnahmen) wurden der Platzersparnis halber nicht alle in die Figur aufgenommen. Das große Maximum  $U_2$  rührt jeweils von  $H^+$ , das kleine  $U_1$  von durch Umladungen entstandenem  $H^0$  her. Fig. 4 zeigt schon beim bloßen Betrachten, daß bei keiner Elektronengeschwindigkeit eine außerhalb der Meßgenauigkeit fallende Änderung des Intensitätsverhältnisses beider Schwärzungen vorhanden ist.

In Fig. 5 sind diejenigen Stellen der Elektronengeschwindigkeitsskala durch Striche markiert, an denen nach Barnes

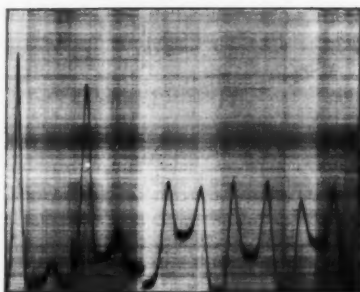


Skala der nach Barnes zu erwartenden Selektivitäten

Fig. 5

Selektivitäten zu erwarten wären ( $E_1, E_2, \dots$ ). In der unmittelbaren Umgebung von  $V_0 = 38,1$  Volt, d. h. der Relativgeschwindigkeit Null liegen die Stellen so dicht, daß sie nicht eingezeichnet wurden. Alle anderen, hier nicht publizierten Aufnahmen haben das gleiche Aussehen wie Fig. 4 und zeigen an keiner der kritischen Stellen der Fig. 5 eine Abweichung vom normalen Intensitätsverhältnis. Es mußte bei diesen Versuchen sehr auf gut konstantes Vakuum geachtet werden, da geringe Druckänderungen das Intensitätsverhältnis von  $H^0$  zu  $H^+$  stark verändern. Die gesamten, in Fig. 4 sichtbaren kleinen Verschiedenheiten dieses Verhältnisses sind auch auf diese Ursache zurückzuführen. Bei unseren Aufnahmen war der Druck  $10^{-6}$  bis  $10^{-7}$  mm Hg.

Fig. 6 zeigt einige Aufnahmen bei etwas größeren Gasdrucken. Bei etwa  $\frac{1}{400}$  mm Gasdruck sind die beiden Intensitäten bereits einander gleich. Bei  $\frac{1}{200}$  mm ist die  $H^0$ -Intensität größer als  $H^+$ . Erst von diesem Druck an machen sich bei den Umladungen Sättigungserscheinungen bemerkbar.<sup>1)</sup> Mit der Zunahme von  $H^0$  wächst natürlich auch der kontinuierliche Untergrund zwischen  $H^+$  und  $H^0$ . Wir befinden uns bei unseren Drucken noch in einem für Intensitätsänderungen sehr empfindlichen Gebiet, das auf jede Änderung des Ladungszustandes in  $Z$  reagieren mußte, ohne daß dieser Einfluß nachher von dem Umladegleichgewicht verdeckt werden könnte.



$10^{-6} \longrightarrow 5 \cdot 10^{-3}$   
 $p \rightarrow$   
 Druckabhängigkeit von  $U_1$  und  $U_2$

Fig. 6

#### Auswertung der Photometerkurven

Für die Photometrierung einer Platte gilt<sup>2)</sup>:

Die Schwärzung

$$(1) \quad S = \log \frac{i_0}{i}$$

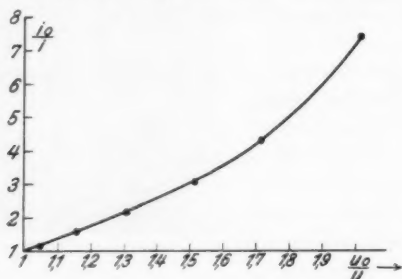
wobei  $i_0$  die Intensität des Lichtstrahls angibt, der durch einen nicht geschwärzten Teil der Platte und  $i$  die Intensität desselben Strahls, nach dem er durch den geschwärzten Teil der Platte gegangen ist. Nun mißt man auf der Registrierkurve des Photometers nicht unmittelbar  $i_0$  bzw.  $i$  sondern nur die Ausschläge des Photometerelektrometers  $U_0$  bzw.  $U$  (vgl. Fig. 4). Will man also die Registrierkurven des Photometers auf Intensitäten hin auswerten, so muß man

1) In Übereinstimmung mit H. Bartels (Ann. d. Phys. [5] 6. S. 957. 1930) u. a.

2) H. Dorgelo, Phys. Ztschr. 26. S. 756. 1925.

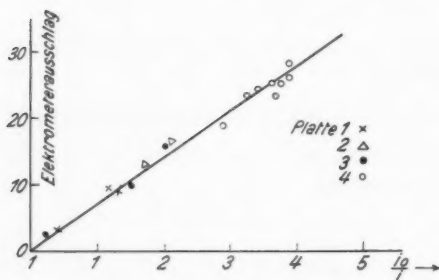
1. das Photometer auf Schwärzungen eichen,
2. die Schwärzungen auf die sie erzeugenden Intensitäten zurückführen.

Das erstere geschah durch Registrierung eines Schwärzungskeils, der vorher in einem Stufenphotometer geeicht war. In Fig. 7 ist das Ergebnis aufgezeichnet. Als Abszissen sind die



Eichung des Photometers

Fig. 7



Intensitätsschwärzungskurve

Fig. 8

Werte  $U_0/U$  aufgetragen, als Ordinaten die nach Gleichung (1) aus den bekannten Schwärzungen  $S$  errechneten Werte

$$\frac{i_0}{i} = 10^S.$$

Fig. 8 stellt die Intensitätsschwärzungskurve dar, die auf folgendem Wege gewonnen ist: Es wurden eine Anzahl Aufnahmen gemacht, bei denen mit dem durchlöcherten Faraday-



käfig  $F$  ein Teil des Strahls aufgefangen wurde, bevor er zur Platte  $P$  gelangte (vgl. Fig. 1). Um den ganzen Bereich der Schwärzungen zu erfassen, wurden verschiedene Belichtungszeiten verwendet. Die Ergebnisse von vier verschiedenen Platten sind in Fig. 8 aufgezeichnet. Die gemessenen Werte von  $U$  auf der Registrierkurve wurden nach Kurve 7 auf  $i_0/i$  umgewertet (unter Berücksichtigung der verschiedenen Schwärzungen des Schleiers) und als Abszissen aufgetragen. Die Ordinaten sind die zugehörigen Elektrometeraufladungen. Die Werte liegen in dem in Frage kommenden Bereich (größte vorkommende Schwärzung = 0,6) für alle Platten innerhalb der Meßgenauigkeit auf einer Geraden. Will man also nur das Intensitätsverhältnis von  $H^0$  zu  $H^+$  kennen, so erübrigt sich eine Umrechnung nach Fig. 8.

Man macht bei der Auswertung nach obigem Verfahren noch zwei Voraussetzungen, die wohl zulässig sein dürften:

1. Daß der Schwarzschildfaktor = 1 ist (Unabhängigkeit der Schwärzung von der Zeit,

2. daß ungeladene Teilchen die gleiche Schwärzung hervorbringen wie geladene.

Die Tabelle gibt die für die Aufnahmen aus Fig. 4 berechneten und nach Fig. 7 umgewerteten Intensitätsverhältnisse beider Linien ( $H^0$  in Proz. von  $H^+$  ausgedrückt).

Volt Elektronen- geschwindigkeit	Intensitäts- verhältnis in %	Volt Elektronen- geschwindigkeit	Intensitäts- verhältnis in %
38	4,4	57	8,3
37	3,7	0	7,9
0	3,8	56	7,7
36	3,8	55	8,1
35	3,5	54	7,8
0	3,7	53	8,1
34	4,2	0	7,7
33	3,9	52	6,1
32	3,2	51	5,9
31	3,5	50	4,8
0	3,8	0	6,4
30	3,5	—	—

Man sieht aus der Tabelle, daß für den Bereich 38 bis 30 Volt die  $H^0$ -Intensität durchschnittlich 3,75 Proz. der  $H^+$ -Intensität und für den Bereich 57—50 Volt 7,15 Proz. beträgt.

Die Verschiedenheit dieser Werte, die bei allen Platten von der gleichen Größenordnung sind, beruht, wie schon erwähnt, auf verschiedenen Gasdrucken während der Versuche. Die Schwankungen auf den einzelnen Platten betragen bei zwei aufeinander folgenden Elektronengeschwindigkeiten maximal 1,6 Proz. Eventuelle selektive Abnahmen der  $H^+$ -Intensität sind innerhalb der Meßgenauigkeit nicht vorhanden. Ebenso wie die als Beispiel abgebildeten beiden Bereiche wurde der gesamte Geschwindigkeitsbereich von 30—70 kV untersucht und keinerlei Selektivität festgestellt. Das Intensitätsverhältnis von  $H^0$  zu  $H^+$  ist lediglich abhängig vom Gasdruck und eine reine Umladeerscheinung. Da es leichter ist, bei den Aufnahmen auf ein und derselben Platte den Gasdruck konstant zu halten, als bei verschiedenen Platten, sind die Unterschiede der Werte auf verschiedenen Platten größer als diejenigen auf der gleichen Platte.

Es wurde darauf verzichtet, eine genauere Abschätzung der oberen Grenze des Wirkungsquerschnittes von Elektronen gegenüber Protonen zu geben, da diese Grenze von dem wahrscheinlichen Wert dieses Querschnittes noch zu weit abliegt.

Ich danke Hrn. Prof. Mark für seine Anregungen und sein förderndes Interesse, den Herren Dr. Hochheim und Dr. Pelzer für die sorgfältige Durchführung der Photometrierungen, Hrn. Brett für seine unermüdliche Hilfe bei den Versuchen.

#### **Zusammenfassung**

Es wurde mit einer photographisch - elektrometrischen Methode das Einfangen von Elektronen durch Protonen untersucht und keine dem Davis-Barnesschen Befund analoge Erscheinung festgestellt.

Ludwigshafen a. Rh., Hauptlaboratorium der I. G. Farbenindustrie A.-G.

(Eingegangen 2. November 1930)

## **Über die akustische Strahlung von Membranen**

### **Von H. Stenzel**

(Aus dem Forschungsinstitut der AEG)

(Mit 16 Figuren)

Inhalt: I. Allgemeines über Richtcharakteristik und Strahlungswiderstand. — II. Die Ableitung der Formeln. — III. Die Strahlung der ebenen Kolbenmembran: 1. Die rechteckige Membran; 2. Die elliptische Membran; 3. Die Kombination von mehreren Membranen. — IV. Die Strahlung der am Rande eingespannten Membran: 1. Die rechteckige Membran; 2. Die kreisförmige Membran. — V. Die Strahlung der räumlichen Kolbenmembran.

#### **I. Allgemeines über Richtcharakteristik und Strahlungswiderstand**

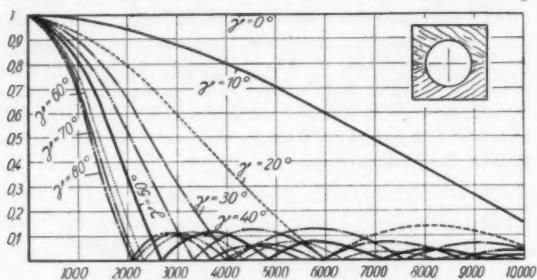
Die Theorie der akustischen Strahlung von Membranen ist bereits in grundlegender Weise in dem Buche von Rayleigh, „Die Theorie des Schalles“, enthalten. Aber ein Vergleich mit praktischen Messungen war erst in neuerer Zeit durch die moderne Entwicklung des Lautsprechers möglich, als es gelang, die einfachste Schwingungsform der Membran, die durch die Bewegung eines starren Kolbens charakterisiert ist, praktisch zu verwirklichen.

Die gute Übereinstimmung, die sich für solche Kolbenmembranen zwischen Theorie und praktischer Messung ergab<sup>1)</sup>, läßt es zweckmäßig erscheinen, die Theorie auch auf allgemeinere Membranbewegungen auszudehnen. Erstens liegt es nahe, die Voraussetzung einer nach Phase und Größe konstanten Geschwindigkeitsamplitude fallen zu lassen und anzunehmen, daß diese in der Mitte am größten ist und nach

1) Vgl. F. Trendelenburg, Über neuere akustische, insbesondere elektroakustische Arbeiten. Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie 32. S. 95. 1928.

dem Rande zu abnimmt, wie es den am Rande eingespannten Membranen entsprechen würde. Dabei können möglicherweise auch Knotenlinien auftreten. Zweitens soll die Berechnung auch auf *räumliche* Kolbenmembranen, d. h. Membranen, denen eine räumliche Ausdehnung zukommt, ausgedehnt werden, da diesen in der Lautsprecherentwicklung zurzeit die weitaus größere Bedeutung zukommt.

Die für die Strahlung maßgebenden Größen sind die *Richtcharakteristik* und der *Strahlungswiderstand*. In der Praxis ist es üblich, an Stelle der Richtcharakteristik die Frequenzkurven aufzuzeichnen. Es ist schon früher darauf hingewiesen



Frequenzkurven der kreisförmigen Kolbenmembran  
(Durchmesser  $d = 20$  cm) bei verschiedener Lage des Aufpunktes

Fig. 1

worden, daß man nicht aus *einer* Frequenzkurve auf die Güte der Wiedergabe allgemein schließen kann, denn es zeigt sich eben, daß den verschiedenen Lagen des Aufpunktes sehr verschiedene Frequenzkurven entsprechen. Zur Erläuterung mögen den schon früher<sup>1)</sup> angegebenen Frequenzkurven einer kreisförmigen Kolbenmembran von 20 cm Durchmesser dienen (Fig. 1). Will man aus diesen Frequenzkurven ein von der besonderen Lage des Aufpunktes unabhängiges Maß bekommen, so müßte man aus *allen* Frequenzkurven, wie sie bei den verschiedenen Lagen des Aufpunktes sich ergeben, eine mittlere Kurve ableiten. Das würde darauf hinauskommen, daß man den Strahlungswiderstand als maßgebend betrachtet. Die praktische Bedeutung des Strahlungswiderstandes mag an einem

1) ENT. 7. S. 90. 1930.

Beispiel erläutert werden. Bekanntlich ist die von einer Membran akustisch abgestrahlte Leistung  $L$  durch die Beziehung:

$$L = \frac{1}{2} \mathfrak{B} a^2 n^2$$

gegeben, wenn  $\mathfrak{B}$  den Strahlungswiderstand,  $a$  die Bewegungsamplitude und  $n$  die Frequenz bedeutet. Wir wollen überlegen, wie sich die Bewegungsamplitude in Abhängigkeit von der Frequenz  $n$  bei kon-

stanter Schallstrahlung ändert. Wäre  $\mathfrak{B}$  konstant<sup>1)</sup>, so würde die gesuchte Beziehung durch  $a \cdot n = \text{Konstanz}$  gegeben sein, wie es die ausgezogene Kurve der Fig. 2 zeigt. Das bedeutet, daß die Amplitude  $a$  bei  $n = 20$  Hertz 100 mal so groß sein muß wie bei  $n = 2000$  Hertz. Setzt man aber den von der Frequenz abhängigen Wert für den Strahlungswiderstand einer Kolbenmembran von 20 cm Durchmesser ein, so gibt uns die punktierte Kurve in Fig. 2 die Amplitude  $a$  in Abhängigkeit der Frequenz. Gibt man der Bewegungsamplitude  $a$  bei

2000 Hertz eine Größe von  $10^{-3}$  cm, wie es etwa der Lautstärke eines Zimmerlautsprechers entspricht, so müßte die Membran bei 20 Hertz im ganzen Bewegungen von etwa 2,5 cm ausführen, um dieselbe akustische Leistung zu geben. Dies Ergebnis ist von großer Bedeutung, da es lehrt, daß es unmöglich ist, bei relativ kleinen Membranen die tiefsten Frequenzen gut wiederzugeben. Wir sehen, daß, wenn auch die Frequenzkurve eines Lautsprechers für eine bestimmte Stellung des Zu-

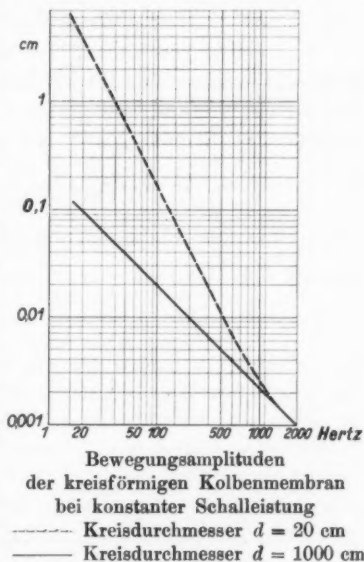


Fig. 2

1) Das könnte für Frequenzen  $n \geq 20$  Hertz nur für Membranen erreicht werden, deren Durchmesser  $d \geq 1000$  cm ist.

hörers von maßgebender Bedeutung ist, ein allgemeines Maß für die Güte nur aus der Abhängigkeit des Strahlungswiderstandes von der Frequenz bzw. der Wellenlänge gewonnen werden kann. Deshalb soll es die wesentlichste Aufgabe des Folgenden sein, neben der Richtcharakteristik den Strahlungswiderstand für die verschiedenen Membrantypen zu berechnen und graphisch darzustellen.<sup>1)</sup>

## II. Die Ableitung der Formeln

Wir gehen von einer ebenen Membran aus, deren Fläche  $F$  in der  $XY$ -Ebene liegt (Fig. 3). Der übrige Teil der  $XY$ -Ebene wird als starre Wand vorausgesetzt. Dann ist das Geschwindigkeitspotential  $\varphi$  nach Rayleigh gegeben durch

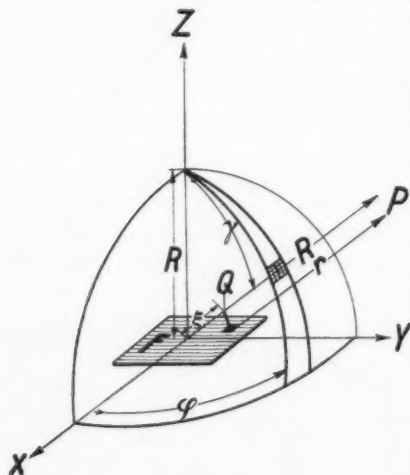
$$(1) \quad \varphi = -\frac{1}{2\pi} \int_F \frac{\partial \varphi}{\partial n} \frac{e^{-ikr}}{r} dF.$$

Dabei ist  $r$  der Abstand des Aufpunktes  $P$  von dem Flächenelement der Membran  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  und  $\frac{\partial \varphi}{\partial n}$  die Normalgeschwindigkeit.

Im allgemeinen ist die Normalgeschwindigkeit außer von der Zeit auch vom Ort abhängig. Wir setzen daher

$$(2) \quad \frac{\partial \varphi}{\partial n} = w(x, y) e^{i\omega t}.$$

Ferner setzen wir voraus, daß die Fläche  $F$  einen Mittelpunkt hat, der mit dem Koordinatenanfangspunkt  $O$  zusammenfällt. Der Aufpunkt  $P$  wird stets so weit entfernt angenommen, daß alle Verbindungslinien von ihm zu den einzelnen



Zur Berechnung des Richtfaktors  
und Strahlungsfaktors

Fig. 3

1) Die Zeichnung der Kurven wurde im wesentlichen von Hrn. cand. ing. W. Heimann ausgeführt.

Elementen der Membran als parallel angesehen werden können.<sup>1)</sup> Er ist durch die Winkel  $\alpha, \beta, \gamma$ , welche die Strecke  $OP = R$  mit den Achsen bildet, bestimmt. Wir fällen von dem zu dem Punkte  $xy$  der Membran gehörenden Element  $dF$  das Lot auf  $OR$ . Den Abstand des Fußpunktes  $Q$  von  $O$  setzen wir gleich  $\xi$ . Dann ist  $r = R - \xi$  und aus (1) und (2) folgt wegen  $R \gg \xi$ :

$$\varphi = - \frac{1}{2\pi R} e^{i(\omega t - kR)} \int_F w(x, y) e^{ik\xi} dF.$$

Daraus wird in bekannter Weise der Druck und die Geschwindigkeit abgeleitet. Es ist

$$p = - \rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{i\rho\omega}{2\pi R} e^{i(\omega t - kR)} \int_F w(x, y) e^{ik\xi} dF,$$

$$v = \frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{ik}{2\pi R} e^{i(\omega t - kR)} \int_F w(x, y) e^{ik\xi} dF \\ - \frac{1}{2\pi R^2} e^{i(\omega t - kR)} \int_F w(x, y) e^{ik\xi} dF.$$

Dabei ist mit  $\rho$  die Dichte des Mediums, mit  $\omega = 2\pi n$  die Kreisfrequenz bezeichnet. Die Geschwindigkeit setzt sich also aus zwei Komponenten zusammen, von denen die eine mit dem Druck in Phase ist, während die andere um  $90^\circ$  voreilt. Die durch das Flächenelement  $dO$  abgestrahlte Leistung  $dL$  wird durch das Produkt von Druck und Geschwindigkeit bestimmt. Dabei ist nur die Geschwindigkeitskomponente zu berücksichtigen, die mit dem Druck in Phase ist. So ergibt sich unter Berücksichtigung von  $n\lambda = c$ :

$$dL = \frac{1}{2} c \rho \cdot \frac{1}{\lambda^2 R^2} \left[ \int_F w(x, y) e^{ik\xi} dF \right]^2 dO.$$

Die gesamte Strahlung  $L$  für den Halbraum folgt dann durch Integration über die Halbkugel:

$$L = \frac{1}{2} c \rho \cdot \frac{1}{\lambda^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} d\gamma \sin \gamma \left[ \int_F w(x, y) e^{ik\xi} dF \right]^2.$$

1) Eine Untersuchung des Schallfeldes einer kreisförmigen Kolbenmembran, wenn diese Bedingung nicht erfüllt ist, wurde von H. Backhaus durchgeführt. Ann. d. Phys. [5] 5. S. 1. 1930.

Handelt es sich um eine Kolbenmembran, d. h. ist  $w(xy) = w_0$  konstant, so folgt:

$$L = \frac{1}{2} w_0^2 \frac{q \cdot c}{\lambda^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} d\gamma \sin \gamma \left[ \int_F e^{i k z} dF \right]^2. \quad (4a)$$

Da andererseits der Strahlungswiderstand  $\mathfrak{B}$  durch

$$L = \frac{1}{2} w_0^2 \mathfrak{B}$$

definiert ist, so folgt:

$$(3) \quad \mathfrak{B} = \frac{q \cdot c}{\lambda^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} d\gamma \sin \gamma \left[ \int_F e^{i k z} dF \right]^2.$$

Als Richtfaktor wollen wir für Kolbenmembranen die Größe:

$$(4) \quad \mathfrak{R} = \frac{1}{F} \left| \int_F e^{i k z} dF \right|$$

einführen; hierdurch ist die Abhängigkeit des Schalldruckes und der Teilchengeschwindigkeit von der Lage des Aufpunktes im wesentlichen bestimmt. Der Faktor  $1/F$  ist hinzugefügt, um für die Normalrichtung stets denselben Wert gleich Eins zu bekommen. Ähnlich führen wir den Strahlungsfaktor durch die Beziehung ein:

$$(5) \quad \mathfrak{S} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} d\gamma \mathfrak{R}^2 \sin \gamma.$$

Dieser ist für die Strahlungsleistung (3) maßgebend. Hier wurde ein Faktor  $1/2\pi$ , ähnlich wie oben, aus Zweckmäßigkeitsgründen hinzugefügt. Dabei haben wir zur Berechnung des Richtfaktors die Beziehung

$$(6) \quad \xi = x \cos \alpha + y \cos \beta$$

und zur Berechnung des Strahlungsfaktors die Beziehung:

$$(7) \quad \xi = \sin \gamma (x \cos \varphi + y \sin \varphi)$$

anzuwenden. Im allgemeinen Fall, wo  $w(xy)$  nicht konstant ist, werden wir eine mittlere Geschwindigkeit  $w_m$  durch die Beziehung:

$$w_m = \frac{1}{F} \int_F w(x, y) dF$$



definieren und erhalten dann für  $\mathfrak{S}$  dieselbe Formel (5), wenn wir den Richtfaktor allgemein durch die Gleichung definieren:

$$(4a) \quad \mathfrak{R} = \left| \frac{\int_F w(x, y) e^{i k z} dF}{\int_F w(x, y) dF} \right|.$$

### III. Die Strahlung der ebenen Kolbenmembran

#### 1. Die rechteckige Membran

Der Richtfaktor bei der rechteckigen Kolbenmembran läßt sich einfach bestimmen. Er ergibt sich durch elementare Integrationen aus der Formel (4) für ein Rechteck, dessen Seiten  $a$  und  $c$  parallel der X- und Z-Achse und dessen Mittelpunkt mit dem Koordinatenanfangspunkt zusammenfällt<sup>1)</sup>:

$$(8) \quad \mathfrak{R} = \left| \frac{\sin\left(\frac{a\pi}{\lambda} \cos \alpha\right)}{\frac{a\pi}{\lambda} \cos \alpha} \cdot \frac{\sin\left(\frac{c\pi}{\lambda} \cos \gamma\right)}{\frac{c\pi}{\lambda} \cos \gamma} \right|.$$

Erheblich mehr Schwierigkeiten macht es, den Strahlungsfaktor zu bestimmen. Die prinzipiell einfachste Methode besteht in der Reihenentwicklung. Zunächst folgt aus (5), (8) und (7)

$$(9) \quad \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{S} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi d\varphi \int_0^\pi \frac{\sin^2\left(\frac{a\pi}{\lambda} \sin \gamma \cos \varphi\right)}{\left(\frac{a\pi}{\lambda}\right)^2 \sin^2 \gamma \cos^2 \varphi} \\ \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{c\pi}{\lambda} \cos \gamma\right)}{\left(\frac{c\pi}{\lambda}\right)^2 \cos^2 \gamma} \sin \gamma d\gamma. \end{aligned} \right.$$

Dabei sind aus Symmetriegründen an Stelle der Integrationsgrenzen  $2\pi$  und  $\pi/2$  die Grenzen  $\pi$  und  $\pi$  gesetzt worden.

Setzen wir zur Abkürzung

$$\frac{a\pi}{\lambda} = a^*, \quad \frac{c\pi}{\lambda} = c^*, \quad \sin \gamma \cos \varphi = x_1, \quad \cos \gamma = y_1,$$

1) ENT. 4. S. 250. 1927.

so ist:

$$\frac{\sin^2 a^* x_1}{(a^* x_1)^2} \frac{\sin^2 c^* y_1}{(c^* y_1)^2} = 1 - \frac{2^3}{4!} (a^{*2} x_1^2 + c^{*2} y_1^2) + \frac{2^5}{6!} (a^{*4} x_1^4 + \frac{5}{2} a^{*2} x_1^2 c^{*2} y_1^2 + c^{*4} y_1^4) - \dots$$

mit dem allgemeinen Glied

$$\pm \frac{2^{2n+1}}{(2n+2)!} \left[ a^{*2n} x_1^{2n} + \frac{2(2n+2)!}{4! 2n!} a^{*2n-2} x_1^{2n-2} c^{*2} y_1^2 + \frac{2(2n+2)!}{6! (2n-2)!} a^{*2n-4} x_1^{2n-4} c^{*4} y_1^4 + \dots \right].$$

Bei gliedweiser Integration treten Integrale der Form auf:

$$E_{2n, 2k} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi x_1^{2n-2k} y_1^{2k} \sin \gamma d\gamma$$

oder

$$E_{2n, 2k} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi d\varphi \int_0^\pi \cos^{2n-2k} \varphi \sin^{2n-2k} \gamma \cos^{2k} \gamma \sin \gamma d\gamma.$$

Diese lassen sich allgemein berechnen und zwar ist:

$$(10) \quad E_{2n, 2k} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-2k-1)}{(2k+1)(2k+3) \dots (2n+1)}.$$

So erhalten wir für die unendliche Reihe von  $\mathfrak{S}$  die folgende Form:

$$\mathfrak{S} = 1 - \frac{2^3}{4!} (E_{2,0} a^{*2} + E_{2,0} c^{*2}) + \frac{2^5}{6!} (E_{4,0} a^{*4} + \frac{5}{2} E_{4,2} a^{*2} c^{*2} + E_{4,0} c^{*4}) - \dots$$

Setzen wir für  $a^*$  und  $c^*$  die Werte  $a\pi/\lambda$  und  $c\pi/\lambda$  ein, so ergibt sich:

$$(11) \quad \mathfrak{S} = 1 - \frac{\pi^2}{9\lambda^2} (a^2 + b^2) + \frac{2\pi^4}{225\lambda^4} (a^4 + \frac{5}{6} a^2 b^2 + b^4) - \dots$$

oder allgemein:

$$(12) \quad \mathfrak{S} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{2^{2n+1} \cdot \pi^{2n}}{(2n+2)! \lambda^{2n}} \sum_{p=0}^n \binom{n+1}{p} \frac{a^{2n-2p} b^{2p}}{(p+1)(2p+1)(2n-2p+1)}.$$

Es ist leicht zu zeigen, daß die unendliche Reihe (11) bzw. (12) stets absolut konvergent ist. Aber für die praktische Berechnung ist die Konvergenz zu langsam. Insbesondere dann, wenn das

Verhältnis  $a:b$  erheblich von Eins abweicht, wird die Reihe praktisch unbrauchbar. Das sind aber gerade die Fälle, die uns besonders interessieren. Denn so lange das Rechteck wenig vom Quadrat abweicht, wird man den Strahlungswiderstand mit einiger Annäherung gleich dem Strahlungswiderstand des flächengleichen Kreises setzen können.

Um eine für die Berechnung geeignetere Darstellung zu bekommen, führen wir in (9) nur die gliedweise Integration nach  $\varphi$  aus. Aus der Beziehung:

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{\sin^2(a^* \cos \varphi)}{(a^* \cos \varphi)^2} d\varphi = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{2^2}{4!} a^{*2} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cdot \frac{2^4}{6!} a^{*4} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \cdot \frac{2^6}{8!} a^{*6} + \dots$$

ergibt sich wegen (9):

$$(13) \quad \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{S} &= \varphi_0\left(\frac{c\pi}{\lambda}\right) - \frac{1}{2} \cdot \frac{2^2}{4!} \left(\frac{a\pi}{\lambda}\right)^2 \varphi_1\left(\frac{c\pi}{\lambda}\right) \\ &\quad + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cdot \frac{2^4}{6!} \varphi_2\left(\frac{c\pi}{\lambda}\right) - \dots \end{aligned} \right.$$

Dabei ist zur Abkürzung gesetzt:

$$(14) \quad \varphi_n(x) = \frac{1}{x} \int_0^x \frac{\sin^2 z}{z^2} \left(1 - \frac{z^2}{x^2}\right)^n dz.$$

Es kommt nun darauf an, die Funktionen  $\varphi_n(x)$  zu berechnen. Zunächst ergibt sich durch partielle Integration:

$$\varphi_0(x) = \frac{1}{x} \int_0^x \frac{\sin^2 z}{z^2} dz = -\frac{\sin^2 x}{x^2} + \frac{1}{x} \int_0^{2x} \frac{\sin z}{z} dz.$$

$\varphi_0(x)$  kann also mit Hilfe der Tabellen für den Integral sinus<sup>1)</sup> ohne Schwierigkeit berechnet werden. Ferner folgt aus (14):

$$\varphi_{n-1}(x) - \varphi_n(x) = \frac{1}{x^2} \int_0^x \sin^2 z \left(1 - \frac{z^2}{x^2}\right)^{n-1} dz.$$

Wir führen den Winkel  $\psi$  durch die Gleichung:  $z = x \sin \psi$  ein und benutzen die Beziehung:  $2 \sin^2 z = 1 - \cos 2z$ . Dann ist

1) Jahnke-Emde, Funktionentafeln.

$$\begin{aligned} \varphi_{n-1}(x) - \varphi_n(x) &= \frac{1}{2x^2} \int_0^{\pi/2} \cos^{2n-1} \psi d\psi \\ &\quad - \frac{1}{2x^2} \int_0^{\pi/2} \cos[2x \sin \psi] \cdot \cos^{2n-1} \psi d\psi. \end{aligned}$$

Nun ist aber:

$$\int_0^{\pi/2} \cos^{2n-1} \psi d\psi = \frac{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots 2(n-1)}{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots 2n-1}$$

und<sup>1)</sup>

$$\int_0^{\pi/2} \cos[2x \sin \psi] \cdot \cos^{2n-1} \psi d\psi = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{(n-1)!}{x^{n-1/2}} J_{n-1/2}(2x)$$

wenn  $J_{n-1/2}$  die Besselsche Funktion von der Ordnung  $n - \frac{1}{2}$  bedeutet. Somit ergibt sich schließlich

$$(15) \quad \left\{ \begin{aligned} \varphi_{n-1}(x) - \varphi_n(x) &= \frac{1}{2x^2} \left[ \frac{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots 2(n-1)}{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots 2n-1} \right. \\ &\quad \left. - \frac{(n-1)! \sqrt{\pi x}}{2x^n} J_{n-1/2}(2x) \right]. \end{aligned} \right.$$

Damit können wir aus  $\varphi_0(x)$  nacheinander die Kurven  $\varphi_1(x)$ ,  $\varphi_2(x)$  usw. berechnen.

Es ist:

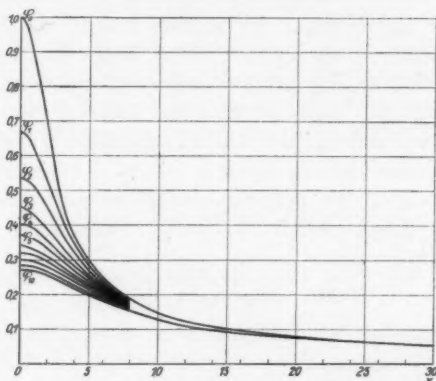
$$\begin{aligned} \varphi_1(x) &= \varphi_0(x) - \frac{1}{2x^2} \left[ 1 - \frac{1}{2x} \sqrt{\pi x} J_{1/2}(2x) \right], \\ \varphi_2(x) &= \varphi_1(x) - \frac{1}{2x^2} \left[ \frac{2}{3} - \frac{1! \sqrt{\pi x}}{2x^2} J_{3/2}(2x) \right], \\ \varphi_3(x) &= \varphi_2(x) - \frac{1}{2x^2} \left[ \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} - \frac{2! \sqrt{\pi x}}{2x^3} J_{5/2}(2x) \right] \text{ usw.} \end{aligned}$$

Die so berechneten Funktionen  $\varphi_1(x)$ ,  $\varphi_2(x) \cdots \varphi_{10}(x)$  sind in der Fig. 4 dargestellt. Jetzt kann der Strahlungsfaktor für das Rechteck ohne Schwierigkeit nach (13) berechnet werden.

Um verschiedene Flächen bezüglich ihres Strahlungsfaktors vergleichen zu können, wird man zweckmäßig den Flächeninhalt als gleich voraussetzen. Der Einfachheit halber setzen wir diesen Flächeninhalt stets gleich Eins. Unter dieser Voraus-

1) Watson, Theorie of Bessel Functions, S. 25.

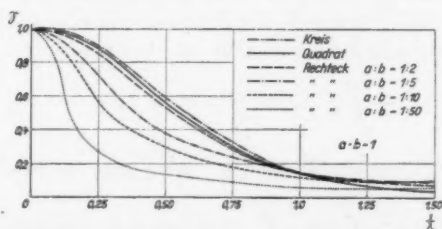
setzung ist in der Fig. 5 der Strahlungsfaktor vom Kreis und von Rechtecken mit verschiedenen Seitenverhältnissen dargestellt. Man sieht, so lange das Seitenverhältnis  $a:b$  nicht kleiner als



Funktionen zur Berechnung des Strahlungsfaktors des Rechtecks

Fig. 4

Halb wird, weicht der Strahlungsfaktor des Rechtecks praktisch wenig von dem Strahlungsfaktor des flächengleichen Quadrates und des flächengleichen Kreises ab.<sup>1)</sup> Der Strahlungsfaktor



Strahlungsfaktor des Rechtecks bei verschiedenem Seitenverhältnis

Fig. 5

für den Kreis ist bereits von Lord Rayleigh berechnet worden. Er fand

1) Die Kurve für den Strahlungswiderstand eines Rechtecks ist für einen speziellen Fall von Riegger graphisch dargestellt. Wiss. Veröffentl. aus dem Siemens Konzern, III S. 70, 1924.

$$\mathfrak{S} = \frac{2}{\left(\frac{\pi d}{\lambda}\right)^2} \left[ 1 - \frac{J_1\left(\frac{2\pi d}{\lambda}\right)}{\frac{\pi d}{\lambda}} \right],$$

wenn  $d$  der Durchmesser des Kreises und  $J_1$  die Besselsche Funktion erster Ordnung ist. Der Kreis ist dadurch ausgezeichnet, daß er den größten Strahlungswiderstand für große Wellenlängen im Vergleich mit allen anderen ebenen Flächen von gleichem Flächeninhalt besitzt. Darauf werden wir später noch zurückkommen. Außerdem ist es der einzige Fall bei ebenen Flächen, wo der Strahlungsfaktor allgemein in geschlossener Form durch bekannte Funktionen dargestellt werden kann.

## 2. Die elliptische Membran

Um zunächst den Richtfaktor zu finden, haben wir nach (4) und (6) zu setzen:

$$(16) \quad \mathfrak{R} = \frac{1}{a b \pi} \left| \int_E e^{ik(x \cos \alpha + y \cos \beta)} dx dy \right|$$

wobei  $E$  die Integration über die Ellipse andeuten soll. Wir führen an Stelle der Koordinaten  $x, y$  durch eine lineare Transformation die neuen Koordinaten  $\xi, \eta$  ein, indem wir setzen:  $x = a \xi, y = b \eta$ . Dadurch geht die Ellipse, über welche in der Formel (16) die Integration zu erstrecken ist, in den Einheitskreis  $K$  über. Und wir bekommen:

$$\mathfrak{R} = \left| \frac{1}{\pi} \int_K e^{ik(a \xi \cos \alpha + b \eta \cos \beta)} d\xi d\eta \right|.$$

Führen wir Polarkoordinaten  $\varrho$  und  $\varphi$  ein, so folgt

$$\mathfrak{R} = \left| \frac{1}{\pi} \int_0^1 \varrho d\varrho \int_0^{2\pi} e^{ik\varrho(a \cos \alpha \cos \varphi + b \cos \beta \sin \varphi)} d\varphi \right|.$$

Setzt man zur Abkürzung:

$$\operatorname{tg} \chi = \frac{b \cos \beta}{a \cos \alpha}$$

so folgt:

$$\mathfrak{R} = \left| \frac{1}{\pi} \int_0^1 \varrho d\varrho \int_0^{2\pi} e^{ik\varrho \sqrt{a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \cos^2 \beta} \cos(\varphi - \chi)} d\varphi \right|$$

und daraus<sup>1)</sup>:

$$(17) \quad \Re = \left| \frac{2 J_1 \left( \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \cos^2 \beta} \right)}{\frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \cos^2 \beta}} \right|.$$

Setzt man dies in die allgemeine Formel für den Strahlungsfaktor ein, so kann man ähnlich wie beim Rechteck den Ausdruck unter dem Integral in eine unendliche Reihe entwickeln. Die durch gliedweise Integration auftretenden Integrale haben dabei die Gestalt

$$\mathcal{G}_n = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi (a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi)^n d\varphi.$$

Dieses Integral läßt sich allgemein mit Hilfe der Legendreschen Polymone darstellen. Es ist:

$$a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi = \frac{a^2 + b^2}{2} \left[ 1 + \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \cos 2\varphi \right].$$

Setzt man  $2\varphi = \psi$ , so folgt

$$\mathcal{G}_n = \left( \frac{a^2 + b^2}{2} \right)^n \cdot \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left( 1 + \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \cos \psi \right)^n d\psi$$

und daraus folgt wegen der bekannten Beziehung für die Legendreschen Polymone  $n$ -ter Ordnung  $P_n$ :

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (1 + \varepsilon \cos \varphi)^n d\varphi = (\sqrt{1 - \varepsilon^2})^n P_n \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}} \right)$$

die Gleichung:

$$\frac{1}{\pi} \int_0^\pi (a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi)^n d\varphi = a^n b^n P_n \left( \frac{a^2 + b^2}{2ab} \right).$$

Damit ergibt sich die allgemeine Formel für den Strahlungsfaktor der elliptischen Kolbenmembran in Form der unendlichen Reihe:

$$(18) \quad \left\{ \begin{aligned} \mathcal{G} &= 1 - \frac{k^2 ab}{1 \cdot 2 \cdot 3} P_1 \left( \frac{a^2 + b^2}{2ab} \right) + \frac{k^4 a^2 b^2}{1 \cdot 2 \cdot 3^2 \cdot 4} P_2 \left( \frac{a^2 + b^2}{2ab} \right) \\ &\quad - \frac{k^6 a^4 b^4}{1 \cdot 2 \cdot 3^2 \cdot 4^2 \cdot 5} P_3 \left( \frac{a^2 + b^2}{2ab} \right) + \dots \end{aligned} \right.$$

1) Vgl. ENT. 6. S. 168. 1929.

dabei bedeutet  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  und

$$P_n(x) = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{n!} \left[ x^n - \frac{n(n-1)}{2(2n-1)} x^{n-2} + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2 \cdot 4 \cdot (2n-1)(2n-3)} x^{n-4} - \dots \right].$$

Auch hier macht es wieder Schwierigkeiten wegen der langsamen Konvergenz die Reihe in (18) zu berechnen, falls  $a:b$  wesentlich von Eins abweicht. Wir kommen dann auf andere Weise schneller zum Ziel. Setzen wir zur Abkürzung

$$x = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}$$

so ist nach (5) und (17):

$$(19) \quad \mathfrak{S} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi d\varphi \int_0^\pi d\gamma \frac{4 J_1^2(x \sin \gamma)}{x^2 \sin \gamma}.$$

Nun ist aber nach der Formel (19)

$$\frac{1}{2} \int_0^\pi d\gamma \frac{4 J_1^2(x \sin \gamma)}{x^2 \sin \gamma}$$

der Strahlungsfaktor der kreisförmigen Kolbenmembran, der wie schon früher erwähnt, gegeben ist durch:

$$\frac{2}{x^2} \left[ 1 - \frac{J_1(2x)}{x} \right]$$

Daraus folgt die Identität

$$(20) \quad \int_0^\pi \frac{J_1^2(x \sin \gamma)}{\sin \gamma} d\gamma = 1 - \frac{J_1(2x)}{x}.$$

Daher können wir in (19) die Integration nach  $\gamma$  ausführen und bekommen:

$$(21) \quad \mathfrak{S} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{2}{x^2} \left[ 1 - \frac{J_1(2x)}{x} \right] d\varphi,$$

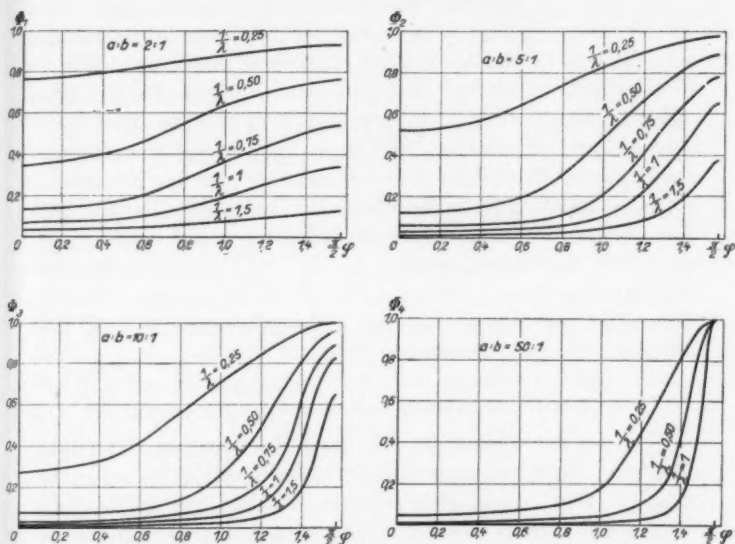
wobei

$$x = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}$$



ist. Wir setzen wieder den Flächeninhalt  $ab\pi = 1$  und wollen zunächst im Falle  $a:b = 2:1$  die Kurve für den Strahlungswiderstand nach (21) berechnen. Wir haben also

$$a = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \quad \text{und} \quad b = \sqrt{\frac{1}{2\pi}}$$



Funktionen zur Berechnung des Strahlungsfaktors der Ellipse

Fig. 6

zu setzen. Wir geben  $1/\lambda$  die fünf verschiedenen Werte: 0,25, 0,50, 0,75, 1, 1,5 und erhalten fünf entsprechende Kurven.

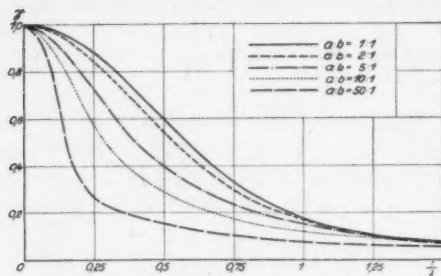
$$\Phi_1 = \frac{2}{x^2} \left[ 1 - \frac{J_1(2x)}{x} \right],$$

wobei

$$x = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}$$

zu setzen ist (vgl. Fig. 6 oben links). Durch graphische Integration ergibt sich für diese fünf verschiedenen Werte von  $1/\lambda$  der Wert von  $\mathcal{S}$  nach (21). Die so erhaltene Kurve des Strahlungsfaktors ist in Fig. 7 gestrichelt gezeichnet. Auf dieselbe Weise

haben wir in den Fällen  $a:b = 5:1$ ,  $a:b = 10:1$ ,  $a:b = 50:1$  zuerst die entsprechenden Kurven  $\Phi_2$ ,  $\Phi_3$ ,  $\Phi_4$  (vgl. Fig. 6) erhalten und daraus



Strahlungsfaktor der Ellipse  
bei verschiedenem Achsenverhältnis

Fig. 7

wartet werden konnte, ergeben sich hier ganz ähnliche Verhältnisse wie beim Rechteck.

### 3. Die Kombination von mehreren Membranen

Es ist das einfachste, von einer Kombination von punktförmigen Strahlern auszugehen; damit sollen Strahler bezeichnet sein, deren Dimensionen als klein zur Wellenlänge angesehen werden können. Der Richtfaktor solcher punktförmiger Systeme, die wir in einer Ebene liegend annehmen, ist in einfachen Fällen leicht anzugeben. Solche Anordnungen von Strahlern, die auf einer geraden Linie in gleichem Abstand angeordnet sind oder die Ecken eines regelmäßigen  $n$ -Ecks bilden, sind früher<sup>1)</sup> ausführlich erörtert. Hier soll nur ein Satz hervorgehoben werden, der es ermöglicht, den Richtfaktor einer Kombination von ebenen Membranen zu berechnen, wenn der Richtfaktor des entsprechenden punktförmigen Systems bekannt ist. Dieser Satz findet sich in dem Buche von Poincaré „Théorie de la lumière“<sup>2)</sup> als Satz von Bridge bezeichnet und lautet in einer für uns zweckmäßigen Fassung: Denken wir uns in der starr gedachten  $XY$ -Ebene eine

1) ENT 6. S. 165. 1929.

2) H. Poincaré, *Théorie de la lumière*, S. 158.

punktförmige Strahleranordnung mit dem Richtfaktor  $R_1(\alpha, \beta, \gamma)$  und setzen an Stelle jedes punktförmigen Strahlers die gleiche und gleich orientierte in der  $XY$ -Ebene liegende Membran, so ist der Richtfaktor des aus der Membrananordnung gebildeten Systems durch das Produkt  $R_1(\alpha, \beta, \gamma) \cdot R_2(\alpha, \beta, \gamma)$  gegeben, wenn  $R_2(\alpha, \beta, \gamma)$  der Richtfaktor jeder einzelnen Membran allein mit der entsprechenden Orientierung bedeutet.

Hat man den Richtfaktor einer Kombination gefunden, so kann man den allgemeinen Ausdruck für den Strahlungsfaktor der Kombination nach der Formel (5) hinschreiben. Zur Berechnung muß man aber noch eine doppelte Integration ausführen. Dies macht im allgemeinen erhebliche Schwierigkeiten. Wir betrachten deshalb zunächst einen sehr einfachen Fall, in welchem die Strahleranordnung durch  $n$  punktförmige Strahler gebildet wird, die in gleichem Abstand auf einer Geraden angeordnet sind. Eine solche Anordnung spielt in der Unterwasserschalltechnik eine hervorragende Rolle. Wir denken uns  $n$  gleiche Strahler der Gesamtfläche  $F$  etwa auf der  $Z$ -Achse in gleichem Abstand  $a$  angeordnet, dann ergibt sich der Richtfaktor<sup>1)</sup>:

$$\mathfrak{R} = \left| \frac{\sin \left( \frac{n \pi a}{\lambda} \cos \gamma \right)}{n \sin \left( \frac{\pi a}{\lambda} \cos \gamma \right)} \right|$$

und daher der Strahlungsfaktor:

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}_n &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi d\varphi \int_0^\pi \sin \gamma \mathfrak{R}^2 d\gamma \\ &= \frac{1}{2} \int_0^\pi \frac{\sin^2 \left( \frac{n a \pi}{\lambda} \cos \gamma \right)}{n^2 \sin^2 \left( \frac{\pi a}{\lambda} \cos \gamma \right)} \sin \gamma d\gamma. \end{aligned}$$

Um die Integration nach  $\gamma$  auszuführen, gehen wir aus von der Identität:

$$(22) \quad \frac{\sin^2 \frac{n}{2} u}{\sin^2 \frac{u}{2}} = n + 2 \sum_{m=1}^{n-1} (n-m) \cos m u.$$

1) ENT 6. S. 240. 1927.

Dann ist

$$(23) \quad \mathfrak{S}_n = \frac{1}{2n^2} \int_0^\pi \left[ n + 2 \sum_{m=1}^{n-1} (n-m) \cos \left( m \frac{2\pi a}{\lambda} \cos \gamma \right) \right] \sin \gamma \, d\gamma.$$

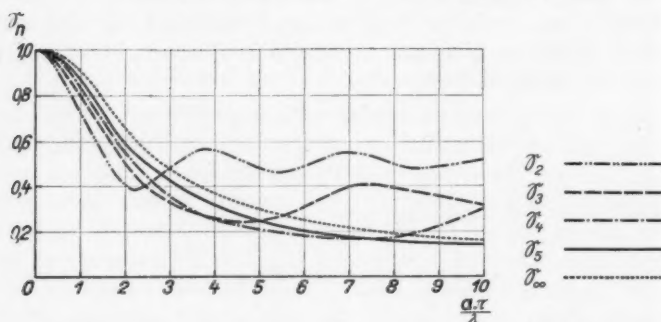
Setzen wir

$$\frac{2\pi a}{\lambda} \cos \gamma = x,$$

so folgt

$$\mathfrak{S}_n = \frac{1}{2n^2} \left[ 2n + \frac{2}{\frac{2\pi d}{\lambda}} \int_{-\frac{2\pi d}{\lambda}}^{+\frac{2\pi d}{\lambda}} \sum_{m=1}^{n-1} (n-m) \cos mx \right] dx,$$

$$(24) \quad \mathfrak{S}_n = \frac{1}{n^2} \left[ n + 2 \sum_{m=1}^{n-1} (n-m) \frac{\sin \left( m \frac{2\pi a}{\lambda} \right)}{m \frac{2\pi a}{\lambda}} \right].$$



Strahlungsfaktor der linearen Gruppe bei 2, 3, 4, 5,  $\infty$  Strahlern und konstanter Basis

Fig. 8

Die entsprechenden Kurven sind für  $n = 2, 3, 4, 5$  und  $\infty$  in der Fig. 8 dargestellt. Man erkennt, daß  $\mathfrak{S}_n$  zunächst um so langsamer abfällt, je größer  $n$  ist und dann um den Wert  $1/n$  oszilliert. Vergleicht man beispielsweise einen Strahler der Fläche  $F$ , der klein zur Wellenlänge ist, mit einem System von 2 Strahlern, die jeder die Fläche  $\frac{1}{2}F$  und den Abstand  $a$  haben, so zeigt  $S_2$ , daß die Strahlungsleistung des Systems

zunächst mit wachsendem  $a$  stark abnimmt und dann um einen Wert oszilliert, der nur die Hälfte der Strahlung von dem Einzelstrahler mit der Fläche  $F$  beträgt. Läßt man die Anzahl der Strahler immer mehr zunehmen, während die gesamte Fläche konstant bleibt, so wird schließlich die Strecke  $a$  kontinuierlich überdeckt und  $\mathfrak{S}_n$  geht für  $n = \infty$  in die Formel für den Strahlungswiderstand eines schmalen Rechtecks über, der sich aus Formel (13) schon früher gleich  $\varphi_0 \left( \frac{\pi d}{\lambda} \right)$  ergeben hatte.

Als zweites Beispiel wählen wir eine Reihe von kreisförmigen Membranen mit dem Durchmesser  $d$ , die in einer starren Wand in gleichem Abstand  $a$  auf einer Geraden angeordnet sind, lassen aber die Voraussetzung, daß die Membranfläche klein zur Wellenlänge ist, fallen.<sup>1)</sup> Nach dem Satz von Bridge ergibt sich zunächst der Richtfaktor des Systems durch das Produkt des Richtfaktors der punktförmigen Anordnung und des Richtfaktors der kreisförmigen Membran. Es ist dann, wenn wir die Mittelpunkte der Membranen auf die Y-Achse und ihre Ebenen in die XY-Ebene legen:

$$\mathfrak{R} = \left| \frac{\sin \left( \frac{n \pi a}{\lambda} \cos \beta \right)}{n \sin \left( \frac{\pi a}{\lambda} \cos \beta \right)} \cdot \frac{2 J_1 \left( \frac{\pi d}{\lambda} \sin \gamma \right)}{\frac{\pi d}{\lambda} \sin \gamma} \right|$$

und daraus folgt, wegen:

$$\cos \beta = \sin \gamma \cdot \sin \varphi$$

$$(25) \quad \mathfrak{S} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} d\gamma \frac{4 J_1^2 \left( \frac{\pi d}{\lambda} \sin \gamma \right)}{\frac{\pi^2 d^2}{\lambda^2} \sin \gamma} \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 \left( \frac{n \pi a}{\lambda} \sin \gamma \sin \varphi \right)}{n^2 \sin^2 \left( \frac{\pi a}{\lambda} \sin \gamma \sin \varphi \right)} d\varphi.$$

Entsprechend der Gl. (22) können wir die Integration nach  $\varphi$  ausführen. Es ist nämlich:

1) Der Strahlungswiderstand solcher Anordnungen ist von Irving Wolff u. Louis Walter in Phys. Rev. 33. S. 1061. 1929 untersucht. Dort werden Kombinationen von Punkt- und Kreisfläche betrachtet und daraus durch Mittelbildung Kurven für den Strahlungswiderstand von mehreren Kreisflächen abgeleitet.

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 \left( \frac{n \pi a}{\lambda} \sin \gamma \sin \varphi \right)}{n^2 \sin^2 \left( \frac{\pi a}{\lambda} \sin \gamma \sin \varphi \right)} d\varphi$$

$$= \frac{1}{n^2} \int_0^{\pi/2} \left\{ n + 2 \sum_{m=1}^{n-1} (n-m) \cos \left[ m \frac{2\pi a}{\lambda} \sin \gamma \sin \varphi \right] \right\} d\varphi.$$

Dann folgt aus (25):

$$\mathfrak{S}_n = \frac{1}{n} \frac{1}{\pi^2 d^2} \int_0^{\pi/2} \frac{4 J_1^2 \left( \frac{\pi d}{\lambda} \sin \gamma \right)}{\sin \gamma} d\gamma$$

$$+ \frac{2}{\left( \frac{n d}{\lambda} \right)^2} \sum_{m=1}^{n-1} (n-m) \int_0^{\pi/2} J_0 \left( \frac{m \pi a}{\lambda} \sin \gamma \right) \frac{4 J_1^2 \left( \frac{\pi d}{\lambda} \sin \gamma \right)}{\sin \gamma} d\gamma.$$

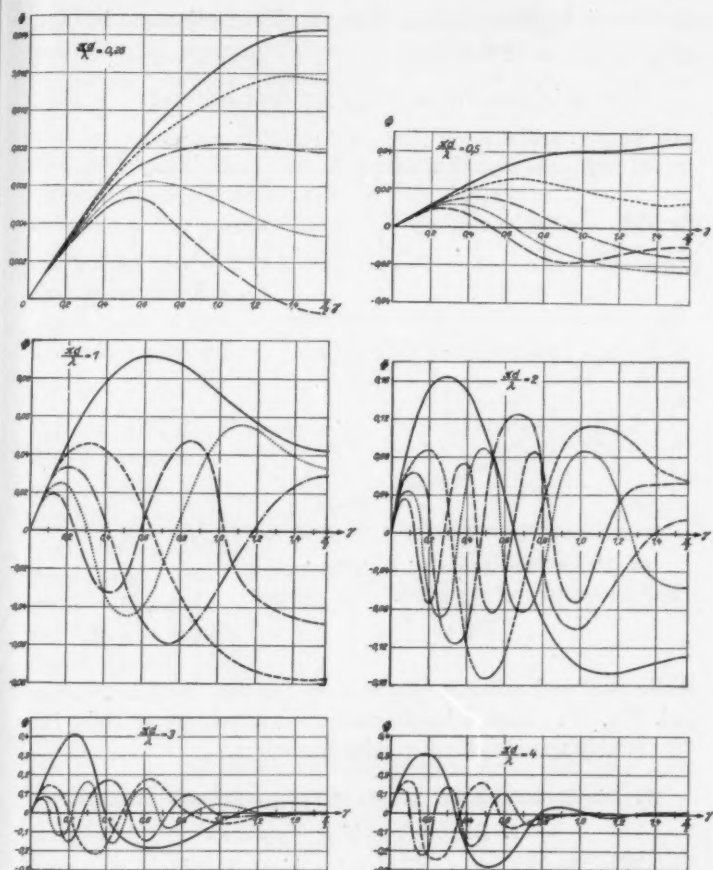
Unter Benutzung der Formel (20) folgt hieraus

$$\mathfrak{S}_n = \frac{2}{n \left( \frac{\pi d}{\lambda} \right)^2} \left[ 1 - \frac{J_1 \left( \frac{2\pi d}{\lambda} \right)}{\frac{\pi d}{\lambda}} \right]$$

$$+ \frac{8}{\left( \frac{n \pi d}{\lambda} \right)^2} \sum_{m=1}^{n-1} (n-m) \int_0^{\pi/2} J_0 \left( \frac{2m a \pi}{\lambda} \sin \gamma \right) \frac{J_1^2 \left( \frac{\pi d}{\lambda} \sin \gamma \right)}{\sin \gamma} d\gamma.$$

Wir wollen nun den Fall von zwei Membranen genauer erörtern. Es ist

$$(26) \quad \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{S}_2 &= \frac{1}{\left( \frac{\pi d}{\lambda} \right)^2} \left\{ \left[ 1 - \frac{J_1 \left( \frac{2\pi d}{\lambda} \right)}{\frac{\pi d}{\lambda}} \right] \right. \\ &\quad \left. + 2 \int_0^{\pi/2} J_0 \left( \frac{2\pi a}{\lambda} \sin \gamma \right) \frac{J_1^2 \left( \frac{\pi d}{\lambda} \sin \gamma \right)}{\sin \gamma} d\gamma \right\}. \end{aligned} \right.$$



Funktionen zur Berechnung des Strahlungsfaktors  
von zwei kreisförmigen Kolbenmembranen

Fig. 9

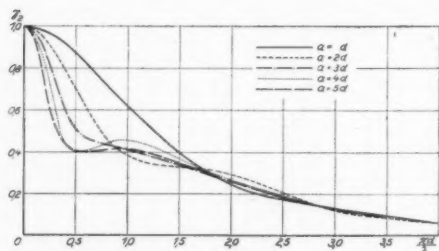
$\mathcal{S}_2$  soll für fünf verschiedene Abstände der Membranen, die durch  $a = d$ ,  $a = 2d$ ,  $a = 3d$ ,  $a = 4d$ ,  $a = 5d$  gegeben sind, in Abhängigkeit von  $\pi d/\lambda$  dargestellt werden und zwar werden

wir für jede dieser fünf Kurven die Ordinaten in den sechs Punkten  $\frac{\pi d}{\lambda} = 0,25, 0,5, 1, 2, 3, 4$  berechnen.

Dazu zeichnen wir zunächst die fünf Kurven:

$$\Phi(\gamma) = J_0 \left( \frac{2\pi a}{\lambda} \sin \gamma \right) \frac{J_1^2 \left( \frac{\pi d}{\lambda} \sin \gamma \right)}{\sin \gamma},$$

die sich ergeben, wenn wir  $\frac{\pi d}{\lambda} = 0,25$  setzen und  $a$  nacheinander die Werte  $a = d$ ,  $a = 2d$ ,  $a = 3d$ ,  $a = 4d$ ,  $a = 5d$  annehmen lassen (vgl.



Strahlungsfaktor von zwei kreisförmigen Kolbenmembranen bei verschiedenem Abstand

Fig. 10

bestimmen und erhalten die Kurven für den Strahlungsfaktor (vgl. Fig. 10). Man erkennt daraus, daß solange  $a$  klein ist, der Strahlungswiderstand erheblich abnimmt.

#### IV. Die Strahlung der am Rande eingespannten Membran

##### 1. Die rechteckige Membran

Wir denken uns die rechteckige Membran an zwei parallelen Seiten festgehalten, während die Kraft in der dazu parallelen Mittellinie angreift. Dann können wir annehmen, daß die Geschwindigkeitsamplitude von der Mitte nach den Seiten linear abfällt und haben, wenn wir den Zeitfaktor fortlassen, für die Geschwindigkeitsamplitude zu setzen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial n} &= a + \frac{2a}{b} x \quad \text{für} \quad -\frac{b}{2} \leq x \leq 0, \\ \frac{\partial \varphi}{\partial n} &= a - \frac{2a}{b} x \quad \text{für} \quad 0 \leq x \leq \frac{b}{2}. \end{aligned}$$



Der Mittelpunkt des Rechtecks soll mit dem Koordinatenanfangspunkt zusammenfallen; die festgehaltenen Seiten sollen in der  $XY$ -Ebene parallel zur  $X$ -Achse liegen. Wir beschränken die Aufpunktsgerade auf die  $YZ$ -Ebene und bekommen aus der allgemeinen Formel, wenn  $\gamma$  der Winkel der Aufpunktsgeraden mit der  $Z$ -Achse bedeutet, für den Richtfaktor nach der Formel (4b):

$$\mathfrak{R}_2 = \frac{2}{ab} \left| \left\{ \int_{-\frac{b}{2}}^0 \left( a + \frac{2a}{b} x \right) e^{ikx \sin \gamma} dx + \int_0^{b/2} \left( a - \frac{2a}{b} x \right) e^{ikx \sin \gamma} dx \right\} \right|,$$

$$\mathfrak{R}_2 = \frac{4}{b} \left| \int_0^{b/2} \cos(kx \sin \gamma) dx - \frac{2}{b} \int_0^{b/2} x \cos(kx \sin \gamma) dx \right|$$

$$\mathfrak{R}_2 = \frac{8}{b^3} \left| \frac{1 - \cos\left(\frac{kb}{2} \sin \gamma\right)}{(k \sin \gamma)^2} \right|,$$

$$(27) \quad \mathfrak{R}_2 = \frac{\sin^2 \frac{z}{2}}{\left(\frac{z}{2}\right)^2},$$

wenn

$$z = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \gamma$$

ist.

Für die entsprechende *Kolbenmembran* mit der Geschwindigkeitsamplitude  $a$  würde sich ergeben:

$$\mathfrak{R}_1 = \left| \frac{\sin z}{z} \right|.$$

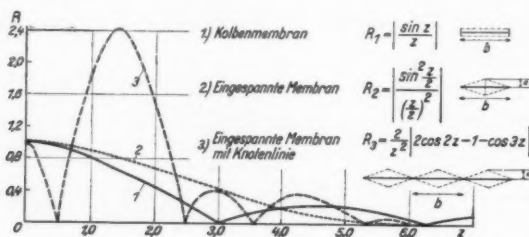
Die entsprechenden Kurven sind in der Fig. 11 durch die Kurven 2 und 1 dargestellt. Wir sehen, daß kein sehr wesentlicher Unterschied zwischen den beiden Kurven besteht. Das wird aber anders, wenn wir das Auftreten von Knotenlinien zulassen. Denken wir uns parallel zu den festgehaltenen Seiten zwei Knotenlinien, wie es die Skizze der Fig. 11 im senkrechten Schnitt zeigt, so schwingen die beiden äußeren Teile gleichphasig, aber entgegengesetzt zu dem mittleren Teil. Für die Geschwindigkeitsamplitude haben wir jetzt zu setzen:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = a - \frac{2a}{b} x \quad \text{für } 0 \leq x \leq b,$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = a + \frac{2a}{b} x \quad \text{für } -b \leq x \leq 0,$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = -3a + \frac{2a}{b} x \quad \text{für } b \leq x \leq \frac{3}{2}b,$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = -3a - \frac{2a}{b} x \quad \text{für } -\frac{3}{2}b \leq x \leq -b.$$



Richtfaktor der rechteckigen am Rande gehaltenen Membran

Fig. 11

Dann ergibt sich aus der allgemeinen Formel der Richtfaktor durch elementare Integrationen:

$$(28) \mathfrak{R}_3 = \frac{2}{z^2} |2 \cos 2z - 1 - \cos 3z|, \text{ wenn } z = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \gamma \text{ ist.}$$

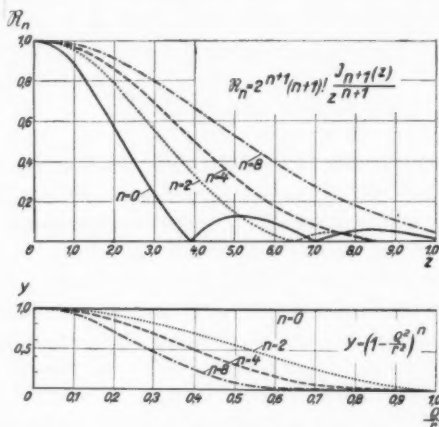
Die entsprechende Kurve 3 der Fig. 11 zeigt einen wesentlich anderen Verlauf, insbesondere fällt auf, daß das Hauptmaximum nicht mehr für  $\gamma = 0$  eintritt.

## 2. Die kreisförmige eingespannte Membran

Wir denken uns die Membran am Rande eingespannt und die Kraft im Mittelpunkt angreifen. Zunächst wollen wir annehmen, daß keine Knotenlinien auftreten. Dann wird sich die Membran entsprechend ihrer Starrheit durchbiegen, so daß die Geschwindigkeitsamplitude in der Mitte am größten ist und nach dem Rande zu bis auf Null abfällt. Diesen Verlauf der Geschwindigkeitsamplitude wollen wir uns durch Kurven der Form:

$$(29) \quad y = \left(1 - \frac{\rho^2}{r^2}\right)^n \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

gegeben denken. Dabei ist  $r$  der Radius der Membran und  $\varrho$  der Abstand des Punktes vom Mittelpunkt. Die entsprechenden Kurven sind für  $n = 0, 2, 4, 8$  in Fig. 12 gezeichnet.



Richtfaktor der eingespannten kreisförmigen Membran  
bei verschiedener Schwingungsform

Fig. 12

Um den Richtfaktor zu finden, müssen wir die Formel (4a) anwenden. Wir finden zunächst

$$\int_F w(x, y) dF = 2\pi \int_0^r \varrho \left(1 - \frac{\varrho^2}{r^2}\right)^n d\varrho = \frac{r^2 \pi}{n+1}$$

und dann

$$\mathfrak{R}_n = \frac{n+1}{r^2 \pi} \left| \int_0^r d\varrho \left(1 - \frac{\varrho^2}{r^2}\right)^n \varrho \int_0^{2\pi} e^{i k \varrho \sin \gamma \cos \varphi} d\varphi \right|,$$

$$\mathfrak{R}_n = \frac{2(n+1)}{r^2} \left| \int_0^r \left(1 - \frac{\varrho^2}{r^2}\right)^n J_0(\varrho k \sin \gamma) \varrho d\varrho \right|,$$

wenn  $J_0$  die Besselsche Funktion nullter Ordnung bedeutet. Führen wir eine neue Integrationsvariable  $\psi$  ein, durch

$$\cos \psi = \frac{\varrho}{r}$$

und setzen zur Abkürzung  $z = \frac{2\pi r}{\lambda} \sin \gamma$ , so folgt

$$\Re_n = 2(n+1) \int_0^{\pi/2} J_0(z \cos \psi) \sin \psi \cos \psi d\psi$$

Jetzt läßt sich die Integration ausführen und zwar finden wir<sup>1)</sup>:

$$(30) \quad \Re_n = 2^{n+1} (n+1)! \left| \frac{J_{n+1}(z)}{z^{n+1}} \right|.$$

Die entsprechenden Kurven sind in Fig. 12 dargestellt. Diese geben ein klares Bild, wie der Richtfaktor sich ändert, wenn wir von der Schwingungsform der Kolbenmembran ( $n=0$ ) zu einer immer mehr gekrümmten Form übergehen.

Es ist bemerkenswert, daß, wenn die Kurve für die Geschwindigkeitsamplitude durch eine lineare Kombination der durch (29) dargestellten Kurven gegeben ist, der entsprechende Richtfaktor sich als lineare Kombination der durch (30) dargestellten Richtfaktoren ergibt.

Setzen wir dementsprechend:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = a_0 + a_1 \left(1 - \frac{e^2}{r^2}\right) + \dots + a_n \left(1 - \frac{e^2}{r^2}\right)^n,$$

dann folgt

$$(31) \quad \left\{ \begin{aligned} \Re &= \frac{1}{a_0 + \frac{a_1}{2} + \dots + \frac{a_n}{n+1}} \\ &\cdot \left| 2a_0 \frac{J_1(z)}{z} + 2^2 \cdot 1! a_1 \cdot \frac{J_2(z)}{z^2} + \dots + 2^{n+1} n! a_n \cdot \frac{J_{n+1}(z)}{z^{n+1}} \right|. \end{aligned} \right.$$

Dadurch ist es möglich, den Richtfaktor von Schwingungsformen zu berechnen, die eine Reihe von konzentrischen Kreisen als Knotenlinien besitzen.

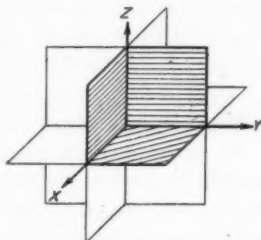
#### V. Die Strahlung der räumlichen Kolbenmembran

Bisher wurden nur solche Membranformen betrachtet, die in der Ruhelage ganz in einer Ebene gelegen sind. Wir wollen jetzt annehmen, daß die Membran von vornherein eine räumliche Ausdehnung besitzt. Und zwar wollen wir uns auf eine

1) Nielsen, Handbuch der Zylinderfunktionen S. 181.

räumliche Kolbenmembran beschränken, d.h. wir wollen voraussetzen, daß die räumliche Membran als starres Ganzes schwingt. Die einfachste derartige Form würde etwa dadurch gekennzeichnet sein, daß zwei rechteckige Flächen mit einer gemeinsamen Kante unter einem bestimmten Winkel aneinanderstoßen. Ein allgemeinerer Typus dieser Art ist die Konusmembran, die für die moderne Lautsprecherentwicklung eine hervorragende Rolle spielt. Denken wir uns die strahlende Fläche in kleine Elementarstrahler zerlegt, so ist sofort klar, daß die resultierende Strahlung der räumlichen Kolbenmembran wesentlich verschieden von der ebenen Kolbenmembran sein wird. Bei der letzteren war eine Richtung der Aufpunktsgerechten, nämlich die auf der ebenen Fläche stehende senkrechte, dadurch ausgezeichnet, daß alle Elementarstrahler gleichphasig zur Wirkung kamen. Bei der räumlichen Kolbenmembran gibt es offenbar keine solche Richtung. Bei der ebenen strahlenden Fläche war es möglich, durch Zerlegung in Elementarstrahler und Grenzübergang die Strahlung einer in der unendlichen starren Ebene schwingenden Membran abzuleiten. Das lag daran, daß diese Ebene *Symmetrieebene* für den Schwingungsvorgang war, so daß für sie die Randbedingung

$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0$  erfüllt war. Wir wollen zeigen, daß einfache räumliche Kolbenmembranen, die aus *ebenen* Flächen gebildet werden, auf ähnliche Weise behandelt werden können. Dazu ist es wieder notwendig, daß jede mit Elementarstrahlern besetzte ebene Fläche *Symmetrieebene* zu dem gesamten Strahlungsvorgang ist. Gehen wir etwa aus von einer räumlichen Membran, die aus drei senkrecht aufeinanderstehenden Quadraten gebildet ist, wie es der schraffierte Teil der Fig. 13 zeigt. Die Ebenen der drei Quadrate fallen mit den Koordinatenebenen zusammen. Dann können wir durch wiederholte Spiegelung der schraffierten Quadrate an den Koordinaten-



Zur Berechnung  
der räumlichen  
Kolbenmembran

Fig. 13

ebenen erreichen, daß das neu entstandene Gebilde, das aus drei Quadraten, die viermal so groß sind, besteht, jede der drei Koordinatenebenen als Symmetrieebene hat. Denken wir uns dieses Gebilde mit Elementarstrahlern besetzt, so muß wegen der Symmetrie für jede der drei Koordinatenebenen die Randbedingung  $\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0$  erfüllt sein. Wir können daher die Koordinatenebenen durch starre Wände ersetzen.

Wenn wir den Grenzübergang zu der kontinuierlich mit Strahlern besetzten Fläche, die durch wiederholte Spiegelung aus der ursprünglichen Membran hervorgegangen ist, ausführen, so erhalten wir die Strahlung der ursprünglichen Membran, deren drei Flächen durch starre Wände ergänzt sind, für den von diesen Wänden begrenzten Raum. Während bei ebenen Kolbenmembranen der Ersatz der strahlenden Fläche durch Elementarstrahler und der nachfolgende Grenzübergang stets ein *physikalisches* Resultat ergibt, nämlich die Strahlung der in einer *starren Wand* schwingenden Kolbenmembran, hat der analoge Grenzübergang bei räumlichen Kolbenmembranen zwar stets einen *mathematischen* Sinn, im allgemeinen aber keine *physikalische* Bedeutung. Nur in dem Fall, wo die räumliche Kolbenmembran aus ebenen Flächen besteht und zwar so, daß jede dieser Ebenen Symmetrieebene zu dem Gesamtgebilde ist, erhalten wir die Strahlung einer von starren Wänden umgebenen räumlichen Membran. Bei der ebenen Kolbenmembran bildet die starre Wand die Verlängerung der einzelnen ebenen Fläche der Membran. Die Strahlung wird dadurch auf den Halbraum beschränkt. Genau so entstehen bei der räumlichen Kolbenmembran die starren Wände durch Verlängerung der einzelnen ebenen Membranflächen. Die Strahlung wird hierbei auf einen Teil des Gesamtraumes beschränkt. Schließlich können wir den Sachverhalt sehr einfach durch die allgemeine, von Rayleigh in seinem Buche „Die Theorie des Schalles“ abgeleitete Formel erklären: Das Geschwindigkeitspotential bei einer über die Oberfläche  $S$  verteilten Störung  $\Phi_1$  ist danach gegeben durch<sup>1)</sup>

$$(32) \quad \varphi = \frac{1}{4\pi a^2} \iint \Phi_1 \frac{e^{-ikr}}{r} dS.$$

1) Rayleigh, Theorie des Schalles. Braunschweig 1880. Bd. 2. S. 122.

Nun ist

$$(33) \quad \frac{\partial \varphi}{\partial n_1} + \frac{\partial \varphi}{\partial n_2} = -\frac{1}{a^2} \Phi_1,$$

wobei  $n_1$  und  $n_2$  die nach außen gezogenen Normalen bedeuten. Besteht die Oberfläche aus einer Ebene, so folgt wegen der Symmetrie

$$(34) \quad \frac{\partial \varphi}{\partial n_1} = \frac{\partial \varphi}{\partial n_2}.$$

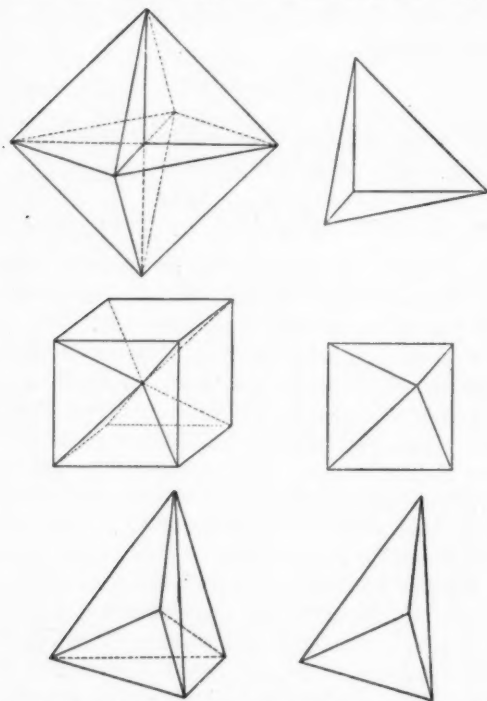
Und aus (32), (33) und (34) ergibt sich die von Rayleigh für eine Ebene Fläche  $S$  gegebene Formel:

$$(35) \quad \varphi = -\frac{1}{2\pi} \iint \frac{\partial \varphi}{\partial n} \frac{e^{ikr}}{r} dS.$$

Es ist klar, wenn die Störung  $\Phi_1$  auf mehrere Ebenen so verteilt ist, daß jede dieser Ebenen Symmetrieebene zu der ganzen Störung ist; so gilt (34) und damit auch (35).

Um einfache Typen solcher räumlichen Membranen zu finden, müssen wir Sorge tragen, daß das durch wiederholte Spiegelung an den einzelnen Ebenen aus der gegebenen Membran hervorgegangene Gebilde möglichst einfach bleibt. Im einfachsten Fall wird es so sein, daß der von der ursprünglichen Membran begrenzte Raumteil durch wiederholte Spiegelung den ganzen Raum einfach ausfüllt. Solche Raumeinteilungen lassen sich ohne weiteres im Anschluß an die regelmäßigen Körper herstellen. Verbindet man beispielsweise (Fig. 14) den Mittelpunkt eines Oktaeders mit seinen Ecken, so entstehen acht Tetraeder, die den gesamten Raum in acht Teile teilen. Gehen wir von einem dieser Tetraeder aus, so gehen die anderen durch wiederholte Spiegelung an den Seiten aus diesem einen hervor. Besteht unsere räumliche Kolbenmembran aus den Seitenflächen dieses Tetraeders, so erhalten wir die Strahlung in dem durch die verlängerten Seitenflächen begrenzten Raum durch die Formel (35), dabei ist aber die Integration über das durch Spiegelung aus dem Tetraeder hervorgegangene Gebilde, welches aus drei aufeinander senkrechten Quadraten besteht, zu erstrecken. Ähnlich ergibt sich beim Würfel eine Zerlegung des Raumes in sechs Teile. Wir können so die Strahlung der Membran, die durch die Seiten einer vierseitigen Pyramide gebildet wird, berechnen. Endlich

entstehen auch durch die Verbindung des Mittelpunktes vom regulären Tetraeder mit den Ecken vier Tetraeder und eine entsprechende Unterteilung des Gesamtraumes in vier Teile. Wir können die Strahlung der Membran, die aus den drei



Zusammenhang der einfachsten räumlichen Kolbenmembranen mit den regelmäßigen Körpern

Fig. 14

Seitenflächen' gebildet wird, für diesen Raumteil berechnen, wenn diese Seitenflächen durch starre Wände fortgesetzt sind.

Durch die geschilderte Methode ist es möglich, die Strahlung einer Konusmembran mit einer gewissen Annäherung zu berechnen. Dazu gehen wir von einem Konus aus, bei welchem der von zwei gegenüberliegenden Seitenlinien gebildete Winkel  $90^\circ$  beträgt. Dies ist insbesondere bei dem bekannten Rice-

Kell  
daß  
auf  
Geb  
woll  
aus  
stell  
dure  
ist, b  
nach  
nur  
Form  
über  
ergä  
strec  
bilde  
fach  
senk  
krei  
wird

(36)

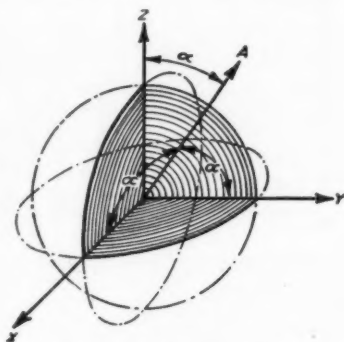
Wir  
stim  
quer

wo

han  
 $\varepsilon_2 =$   
sich  
Kur  
den  
Fre



Kellogg-Lautsprecher der Fall. Man überzeugt sich nun leicht, daß ein solcher Kegel nicht sehr stark von einem aus drei aufeinander senkrecht stehenden Viertelkreisen bestehenden Gebilde abweicht (vgl. den schraffierten Teil der Fig. 15). Wir wollen die Strahlung dieser aus drei Viertelkreisen hergestellten Kolbenmembran, die durch starre Wände verlängert ist, berechnen. Dazu haben wir nach dem Vorausgegangenen nur nötig, in der allgemeinen Formel (35) die Integration über das durch Spiegelung ergänzte Gebilde zu erstrecken. Dieses neue Gebilde besteht nun aber einfach aus drei aufeinander senkrecht stehenden Vollkreisen. Der Richtfaktor wird dann gegeben durch<sup>1)</sup>



Ersatz der Konusmembran  
durch drei Viertelkreisflächen

Fig. 15

$$(36) \mathfrak{R} = \left| \frac{2 J_1 \left( \frac{\pi d}{\lambda} \sin \alpha \right)}{\frac{3 \pi d}{\lambda} \sin \alpha} + \frac{2 J_1 \left( \frac{\pi d}{\lambda} \sin \beta \right)}{\frac{3 \pi d}{\lambda} \sin \beta} + \frac{2 J_1 \left( \frac{\pi d}{\lambda} \sin \gamma \right)}{\frac{3 \pi d}{\lambda} \sin \gamma} \right|.$$

Wir beschränken uns auf die durch  $\alpha = \beta = \gamma = 54^\circ 44'$  bestimmte Aufpunktsgerade und finden die entsprechende Frequenzkurve durch

$$\mathfrak{R}^* = \left| \frac{2 J_1 (2 \pi s \cdot 3 \cdot 10^{-5} \cdot n \cdot \sin 54^\circ 44')}{2 \pi s \cdot 3 \cdot 10^{-5} \cdot n \cdot \sin 54^\circ 44'} \right|$$

wo  $s$  die Seitenlinie des Konus und  $n$  die Frequenz bedeutet.

Nach dieser Formel wurde für drei in der Praxis vorhandene Konuslautsprecher mit den Seitenlinien  $s_1 = 10,5$  cm;  $s_2 = 13$  cm;  $s_3 = 15$  cm die Frequenzkurve berechnet. Es zeigt sich, daß die wesentlichen Merkmale der praktisch gemessenen Kurve richtig wiedergegeben werden. Insbesondere fällt in den praktisch gemessenen Kurven der scharfe Einbruch in der Frequenzkurve auf, den man bei allen Konuslautsprechern,

1) ENT. 7. S. 97. 1930.

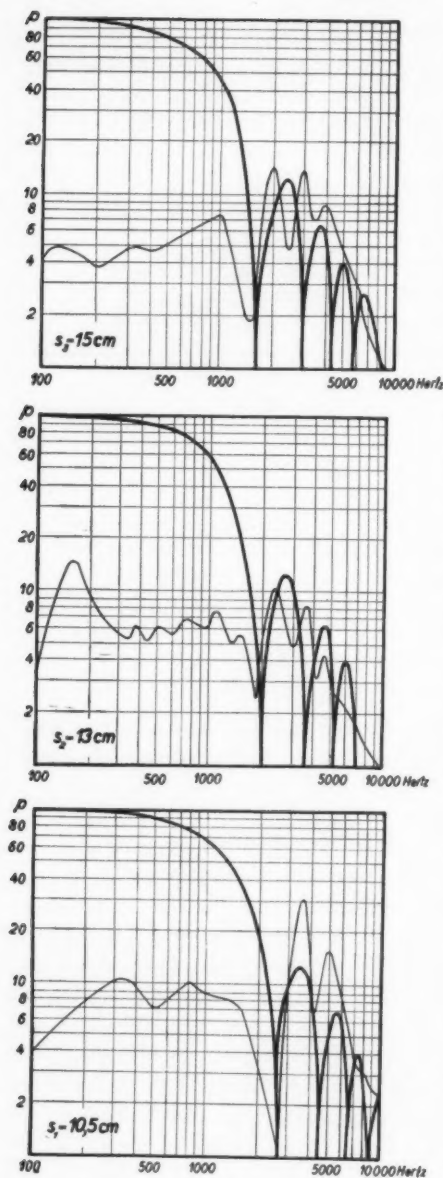


Fig. 16

die als Kolben schwingen, wiederfinden kann. Wir sehen, daß die berechnete Kurve diesen Einbruch sehr genau darstellt; auch die auf diesen Einbruch folgenden Maxima von abnehmender Größe werden gut wiedergegeben. Das Einzige, wesentlich Verschiedene ist, daß für tiefere Frequenzen die berechneten Werte relativ höher liegen. Das mag wohl damit zusammenhängen, daß bei der Messung der Konuslautsprecher nur mit einem normalen Schallschirm versehen war, während der Theorie nach die starre Schallwand in der Verlängerung der Konusmembran liegen sollte. Dadurch werden zweifellos die tiefen Frequenzen bei der praktischen Messung im Verhältnis zu

**Erklärung zu Fig. 16:**  
 Frequenzkurven von  
 Konuslautsprechern  
 verschiedener Seitenlänge  
 ( $s_1 = 10,5$  cm,  $s_2 = 13$  cm,  
 $s_3 = 15$  cm)

— berechnete Kurve  
 — gemessene Kurve

den hohen benachteiligt. Jedenfalls wird man schließen können, daß der Konuslautsprecher besonders geeignet sein wird die tiefen Frequenzen wiederzugeben; und dies Resultat steht mit der praktischen Erfahrung in voller Übereinstimmung. Dagegen wird er oberhalb des Einbruches wegen der scharfen Resonanzen für eine naturgetreue Wiedergabe ungeeignet sein.

Die Formel für den Strahlungsfaktor ist auch für die räumliche Kolbenmembran durch (5) gegeben. Für den eben besprochenen Fall der aus drei senkrecht aufeinanderstehenden Viertelkreisen gebildeten Membran bekommen wir

$$(37) \quad \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{S} = & \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^{\pi/2} d\gamma \left[ \frac{2 J_1 \left( \frac{\pi d}{\lambda} \sin \alpha \right)}{\frac{3 \pi d}{\lambda} \sin \alpha} \right. \\ & \left. + \frac{2 J_1 \left( \frac{\pi d}{\lambda} \sin \beta \right)}{\frac{3 \pi d}{\lambda} \sin \beta} + \frac{2 J_1 \left( \frac{\pi d}{\lambda} \sin \gamma \right)}{\frac{3 \pi d}{\lambda} \sin \gamma} \right]^2 \sin \gamma. \end{aligned} \right.$$

Dabei sind  $\sin \alpha$  und  $\sin \beta$  als Funktionen von  $\varphi$  und  $\gamma$  aufzufassen. Und zwar bestehen die Beziehungen:

$$(38) \quad \begin{cases} \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \varphi \sin^2 \gamma \\ \sin^2 \beta = 1 - \sin^2 \varphi \sin^2 \gamma. \end{cases}$$

Es ist nicht zu erwarten, daß die Integration in (37) allgemein ausgeführt werden kann. Wir werden uns damit begnügen, wenigstens die ersten Glieder der nach  $\frac{\pi d}{\lambda}$  fortschreitenden Reihe anzugeben. Zunächst kann man mit Hilfe der Beziehung

$$\frac{2 J_1(x)}{x} = 1 - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{1! 2!} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^4}{2! 3!} - \dots$$

den Integranden von (37) in eine unendliche Reihe entwickeln. Die gliedweise Integration kann dann unter Berücksichtigung von (38) ausgeführt werden und wir erhalten die ersten Glieder der Reihenentwicklung von  $\mathfrak{S}$  in der Form:

$$\mathfrak{S} = 1 - \frac{2}{3} \left( \frac{\pi s}{\lambda} \right)^2 + \frac{1}{5} \left( \frac{\pi s}{\lambda} \right)^4 - \frac{34}{945} \left( \frac{\pi s}{\lambda} \right)^6 + \dots$$

Wir haben damit die Möglichkeit, den Strahlungsfaktor für große  $\lambda$ , etwa solange  $\frac{\pi s}{\lambda} \leq 1$  ist, zu berechnen. Wir können schließen, daß der Strahlungsfaktor etwa auf die Hälfte geht, wenn  $\pi s/\lambda$  von Null bis auf Eins wächst.

Wir hatten in der Einleitung gesehen, daß es für die Praxis von Bedeutung ist, insbesondere für tiefe Frequenzen, die Abhängigkeit des Strahlungswiderstandes festzustellen. Wir wollen jetzt noch zeigen, daß für ebene Membranen mit der Symmetrieachse im Mittelpunkt allgemein der Strahlungswiderstand für tiefe Frequenzen im wesentlichen durch das Trägheitsmoment in bezug auf den Mittelpunkt der Membran bestimmt ist.

Wir schreiben zunächst den Richtfaktor entsprechend (7) in der Form:

$$(39) \quad \mathfrak{R} = \frac{1}{F^*} \left| \int w(x, y) e^{i k \sin \gamma (x \cos \varphi + y \sin \varphi)} dx dy \right|.$$

Dabei ist zur Abkürzung gesetzt:

$$F^* = \int_F w(x, y) dF.$$

Da der Koordinatenanfangspunkt der Mittelpunkt der Fläche  $F$  ist, können wir in (39)  $x$  und  $y$  durch  $-x$  und  $-y$  ersetzen und erhalten

$$(40) \quad \mathfrak{R} = \frac{1}{F^*} \left| \int w(-x, -y) e^{-i k \sin \gamma (x \cos \varphi + y \sin \varphi)} dx dy \right|.$$

Da wegen der vorausgesetzten Symmetrie  $w(x, y) = w(-x, -y)$  ist, so folgt durch Addition von (39) und (40)

$$(41) \quad \mathfrak{R} = \frac{1}{F^*} \left| \int w(x, y) \cos [k \sin \gamma (x \cos \varphi + y \sin \varphi)] dx dy \right|.$$

Setzen wir dies in die allgemeine Formel (5) ein und ersetzen

$$\cos [k \sin \gamma (x \cos \varphi + y \sin \varphi)]$$

durch

$$1 - \frac{k^2}{2} \sin^2 \gamma (x \cos \varphi + y \sin \varphi)^2$$

so kann die Integration nach  $\varphi$  und  $\gamma$  ausgeführt werden und wir erhalten, wenn die Glieder von  $1/\lambda^4$ ,  $1/\lambda^6 \dots$  usw. vernachlässigt werden

$$\mathfrak{S} = 1 - \frac{4\pi^2}{3\lambda^2} \cdot \frac{1}{F^2} \int_F w(x, y)(x^2 + y^2) dx dy.$$

Beschränken wir uns auf ebene Kolbenmembranen mit  $w(x, y) = 1$  und  $F = 1$  und dem Trägheitsmoment  $T$ , so ist:

$$(42) \quad \mathfrak{S} = 1 - \frac{4\pi^2}{3\lambda^2} T.$$

Für Kreis, Ellipse und Rechteck ist das Trägheitsmoment ohne weiteres anzugeben, und man findet den Anfang der schon früher angegebenen Reihenentwicklung. Aus (42) folgt dann auch sofort, daß für große  $\lambda$  der Kreis den größten Strahlungswiderstand und das Rechteck einen um so größeren, je näher das Seitenverhältnis bei Eins liegt.

#### Zusammenfassung

Aus der von Rayleigh gegebenen Formel für das Geschwindigkeitspotential werden allgemeine Formeln für Richt- und Strahlungsfaktor abgeleitet. Im Gegensatz zu den bisher in der Literatur behandelten Fällen, die sich auf Kolbenmembranen beschränken, werden hier auch Membranen untersucht, deren Geschwindigkeitsamplitude nach dem Membranrande zu nach Null abnimmt, wie es bei den eingespannten Membranen der Fall ist.

Wesentlich praktische Bedeutung, insbesondere für die Beurteilung von Lautsprechermembranen, besitzt die Abhängigkeit des Strahlungswiderstandes von der Frequenz. Entsprechende Formeln, die bisher von Rayleigh nur für die kreisförmige Kolbenmembran vorlagen, werden für das Rechteck und die Ellipse abgeleitet. In beiden Fällen sind die sich ergebenden unendlichen Reihen für die praktische Berechnung wenig geeignet. Im Falle des Rechtecks wird die Schwierigkeit durch Einführung von Hilfsfunktionen, die mit dem Integralsinus in enger Beziehung stehen, überwunden. Im Falle der Ellipse gelingt es durch teilweise Integration, verbunden mit graphischen Methoden, die Berechnung praktischer Beispiele durchzuführen.

Auf ähnliche Weise gelingt es auch, die Abhängigkeit des Strahlungswiderstandes bei zwei kreisförmigen Kolbenmembranen von ihrem Abstand und von der Frequenz graphisch darzustellen.

Zum Schluß wird ein allgemeiner Typ von Membranen, die räumliche Kolbenmembran, definiert, die im Zusammenhang mit der modernen Lautsprecherentwicklung Beachtung verdient. Es wird gezeigt, daß für eine bestimmte Klasse solcher Typen mit Hilfe des Spiegelungsprinzips die Berechnung durchgeführt werden kann. Diese Methode erlaubt es dann, die Konusmembran angenähert zu berechnen. Die sich ergebenden Resultate stehen mit den praktischen Messungen in guter Übereinstimmung.

(Eingegangen 4. November 1930)

Eise  
gefu  
Dies  
abst  
abst  
Obe  
sow  
sätt  
stoff

des  
zu l  
zuor  
Sch  
Ans  
ein  
daß  
emp

ber  
Ent

## **Über Elektronenbeugung an sauerstoffbedecktem Wolfram**

**Von W. Boas und E. Rupp**

(Aus dem Forschungs-Institut der AEG  
und dem Kaiser-Wilhelm-Institut für Metallforschung)

(Mit 4 Figuren)

### **I. Aufgabestellung**

In einer Untersuchung über Elektronenbeugung an passivem Eisen haben E. Rupp und E. Schmid<sup>1)</sup> fünf Beugungsmaxima gefunden, die für die passive Schicht charakteristisch sind. Diese fünf Maxima ließen sich einem ganz bestimmten Gitterabstand von 3,4 Å zuordnen. Die Frage, ob dieser Gitterabstand einer bestimmten Eisenverbindung oder einer einatomaren Oberflächenschicht zukommt, ließ sich nicht entscheiden. Ebenso wenig war es möglich, festzustellen, ob es sich um eine Absättigung der freien Oberflächenvalenzen des Eisens mit Sauerstoff oder mit Hydroxylgruppen handelt.

Inzwischen hat G. P. Thomson<sup>2)</sup> das Problem der Passivität des Eisens durch Interferenzen mit schnellen Elektronen (30 kV) zu lösen versucht. Er fand zunächst Maxima, die sich  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  zuordnen ließen, glaubte aber, daß in diesem Fall die passive Schicht zerstört war. In neuen Versuchen, wo nach seiner Ansicht die passive Schicht erhalten blieb, fand Thomson nur ein Verwaschenwerden der Eisenmaxima. Er schloß daraus, daß die passive Schicht so fein ist, daß sie sich selbst der empfindlichen Sonde schneller Kathodenstrahlen entzieht.

Nun dringen die von Thomson verwendeten Elektronen bereits so tief in den zu untersuchenden Stoff ein, daß an dem Entstehen der Interferenzen mindestens 1000 Netzebenen be-

1) E. Rupp u. E. Schmid, *Naturwiss.* 18. S. 459. 1930.

2) G. P. Thomson, *Proc. Roy. Soc.* 128. S. 649. 1930.

teilt sind.<sup>1)</sup> Eine einatomare Schicht wird sich daher der Analyse mit schnellen Elektronen entziehen. Verwendet man aber langsame Elektronen in der Größenordnung 100 Volt, so steht zu hoffen, daß bei deren geringer Eindringtiefe auch Oberflächenschichten in der Größenordnung einiger Netzebenen sich wirksam am Zustandekommen der Interferenzen beteiligen. Das ist in der Tat der Fall, wie die Untersuchung von Rupp und Schmid ergeben hat.

Das weitere Problem über die Natur der passiven Schicht ist an Eisen schwierig zu lösen, da bei der Passivierung in Salpetersäure vier verschiedene Atomsorten in Kombination treten können, nämlich Fe, H, N und O. Wir suchten daher, das Problem zu vereinfachen, indem wir nur zwei Atomsorten zuließen, und wählten als Beispiel die Sauerstoffbedeckung auf Wolfram.

Nach J. Langmuir<sup>2)</sup> ist dieses Problem ganz analog dem der Passivierung des Eisens. Ein Wolframdraht kann von jeder Verunreinigung befreit werden, wenn man ihn auf etwa 3000° C im Hochvakuum erhitzt. Bringt man nun Sauerstoff mit der gereinigten Wolframoberfläche in Berührung, so wird die Oberfläche mit einer Sauerstoffschicht bedeckt, wie Langmuir aus der Änderung der chemischen und elektrischen Eigenschaften des Wolframs schließen konnte. Die adsorbierte Sauerstoffschicht bedeckt die Wolframoberfläche nach Langmuir einatomar. Der Sauerstoffbelag haftet außerordentlich fest; erst bei 1800° C verdampft er zur Hälfte innerhalb 15 Sek. Über diese einatomare Schicht sind noch unter Umständen, so bei tiefen Temperaturen und bei höheren Sauerstoffdrücken, locker gebundene O<sub>2</sub>-Moleküle adsorbiert.

Diese Vorstellungen, die wesentlich auf thermodynamischen Überlegungen fußen, wollten wir mit der Methode der Elektronenbeugung einer unmittelbaren Prüfung unterziehen.

## II. Versuchsmethode

Wir verwendeten das Verfahren des festen Winkels unter Variation der Strahlggeschwindigkeit der reflektierten Elektronen.

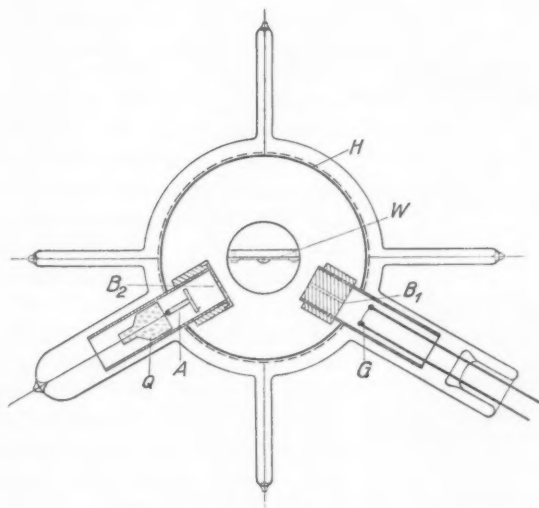
1) Nach Lenard (Quantitatives über Elektronenstrahlen) beträgt die Grenzdicke für Al bei 30 kV 0,01 mm.

2) J. Langmuir, vgl. z. B. S. Dushman, Hochvakuumtechnik (Berlin, J. Springer 1926).



Die Versuchsröhre und die ganze Versuchsanordnung, die auch sonst schon öfters verwendet wurden, seien hier ausführlich beschrieben.

**Versuchsröhre.** Ein gerade gespannter Glühdraht  $G$  (0,048 mm Durchmesser) aus Wolfram, der an die Zuführungen angeschweißt ist, dient als Elektronenquelle (Fig. 1). Die Elektronen werden zwischen  $G$  und der Blende  $B_1$  beschleunigt. Die Blende  $B_1$



Schnitt durch die Versuchsröhre

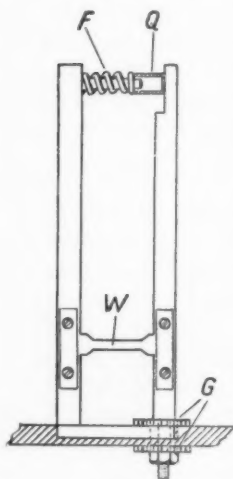
Fig. 1

ist ein Kanal von 0,2 mm Durchmesser bei 10 mm Länge. Die Elektronen werden am Wolframblech  $W$  reflektiert und gelangen durch die Blende  $B_2$  (0,3 mm Durchmesser, 2 mm Länge) in den Auffängerkäfig  $A$ . Der Auffänger ist 15 mm lang bei 2 mm Öffnung. Er trägt vorn eine Scheibe, um zu verhindern, daß Elektronen den isolierenden Halter  $Q$  aus Quarzglas aufladen. Eine geerdete Hülse  $H$  umgibt die Elektroden. In Fig. 1 sind seitlich noch die Einsmelzstützen zu sehen, die die ganze Apparatur in der Vakuumröhre halten. Die Versuchsröhre ist dauernd an der Pumpe bei Kühlung mit flüssiger Luft; sie

ist teilweise mit Calcium verspiegelt. Durch Elektronenbeschöpfung werden die Metallteile ausgeheizt. Die Versuchsanordnung wird mit verschiedenen festen Winkeln ausgeführt.

Als Präparat *W* stand gewalztes Wolframblech von 0,04 mm Dicke zur Verfügung. Wie Röntgenaufnahmen ergaben, war das Blech sehr feinkörnig und die Textur sehr deutlich ausgeprägt. Bei der großen Zahl der vom Elektronen-

strahl getroffenen Kristalle ist dabei das Auftreten von Interferenzen auch höher indizierter Ebenen durchaus wahrscheinlich. Ebenso ist die Wahrscheinlichkeit, daß bei einem gegebenen Einfallswinkel von den vielen Kriställchen einige gerade die Braggsche Bedingung erfüllen, sehr groß. Wie sich aus der Indizierung der gefundenen Maxima ergeben wird, konnten wir eine Bevorzugung der (100)-Reflexion feststellen.



Halter  
des Wolframblech

Fig. 2

Blenne  $B_1$  fallen läßt und seine Reflexion in  $B_2$  beobachtet, während der Halter des Wolframpräparates in der Grundplatte gedreht wird. Um zu vermeiden, daß der Reflexionswinkel beim Glühen des Bleches sich ändert, sind die Halterdrähte verlängert und durch eine starke Feder *F*, die gegen ein Quarzrohr *Q* drückt, gespannt.

**Versuchsanordnung.** In Fig. 3 geben wir die gesamte Versuchsanordnung mit der Schaltung wieder. Der Glühdraht wird durch die Batterie  $B_H$  (4 Volt) geheizt. Die Heizstromstärke (etwa 0,6 Amp.) wird am Amperemeter *A* gemessen und

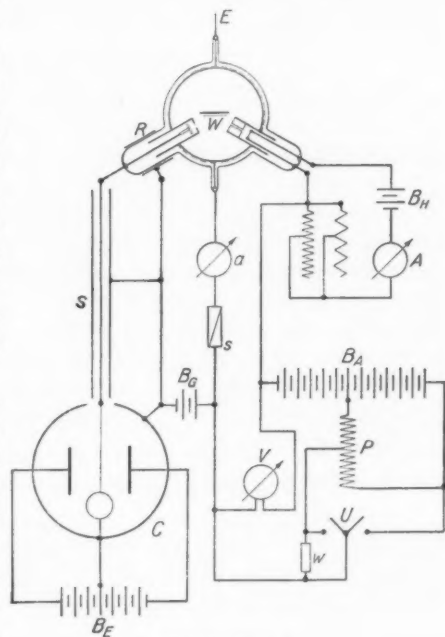
durch zwei parallel geschaltete Widerstände reguliert. Die Anodenbatterie  $B_A$  ist teilweise kurzgeschlossen über das Potentiometer  $P$ .<sup>1)</sup> Ein Umschalter  $U$  gestattet, einmal die gesamte Spannung anzulegen, zur Kontrolle der Konstanz der Anordnung, und dann die zu verwendende Spannung. Damit die Versuchsröhre auch bei offenem Schalter  $U$  auf Spannung

liegt, ist der hohe Widerstand  $w$  angebracht. Diese Einrichtung spielt für die hier beschriebenen Messungen keine Rolle, sie ist aber wichtig für Messungen an isolierenden Kristallen. Die

Anodenspannung wird mit dem Voltmeter  $V$  gemessen und dann noch um den Spannungsabfall am Glühdraht korrigiert (etwa 1 Volt). Der Anodenstrom, gemessen mit dem Milliampereometer  $a$ , beträgt 1—2 mA.

Er wird während der Messung konstant

gehalten. Für kleine Spannungen wird der Ausschlag am Elektrometer  $C$  reduziert auf gleiche Anodenströme. Bei  $s$  befindet sich eine Sicherung von 0,1 Amp. Mit der Batterie  $B_G$  wird eine Gegenspannung an das Elektrometergehäuse  $C$ , an das Schutzrohr  $S$  und an den Schutzring  $R$  angelegt, um langsamere Elektronen vom Auffänger abzuhalten.  $B_E$  ist die



Schaltschema

Fig. 3

1) Das Potentiometergehäuse ist geerdet.

Elektrometerbatterie am Einfadenelektrometer. Die Messung am Elektrometer erfolgt aus der Aufladezeit des Fadens oder bei den meisten neueren Messungen durch Ableitung des Elektrometerfadens über einen hohen Widerstand. Dieser Widerstand ist in Fig. 3 nicht eingezeichnet. Das Gehäuse der Vakuumapparatur und damit der positive Pol der Batterie  $B_A$  ist bei  $E$  geerdet.

### III. Versuchsergebnisse

In den Tabellen 1—6 geben wir unsere Meßergebnisse zusammen mit der von uns vorgenommenen Indizierung der Maxima wieder. Es bedeuten stets  $\vartheta$  Einfallswinkel,  $V$  Voltlage des Maximums,  $F$  Fehler in der Bestimmung des Maximums, ( $hkl$ ) Millersche Indizes,  $n$  Ordnungszahl,  $E_0$  inneres Potential. Die angegebenen Temperaturen sind mit einem optischen Pyrometer gemessen. Alle Maxima sind in wiederholten Messungen stets reproduziert worden innerhalb der angegebenen Fehler. Die Höhe der Maxima war jedoch häufig Schwankungen unterworfen. Die Gegenspannung betrug meistens 10 Volt. Der Berechnung ist die Gitterkonstante  $a = 3,155 \text{ \AA}$  für Wolfram zugrunde gelegt. Die Diskussion der Ergebnisse folgt in Abschnitt V und VI.

#### 1. Messungen an reinem Wolfram

a) Einfallswinkel  $85^\circ 0'$ . Auf die genaue Festlegung des Einfallswinkels wurde besondere Sorgfalt verwendet. Das Wolframblech wurde wiederholt auf  $2500^\circ \text{C}$  erhitzt. In Tab. 1 sind die gefundenen Maxima zusammengestellt. Ihre Intensität  $I$  ist mit *st* stark, *m* mittel, *sch* schwach qualitativ bezeichnet.

Tabelle 1

Wolframblech im Vakuum erhitzt bei  $2500^\circ \text{C}$   
 $\vartheta = 85^\circ 0'$

$V$	$F$	$hkl$	$n$	$E_0$	$J$
495	$\pm 5$	1 0 0	1	0	<i>st</i>
590	8	1 0 0	2	10,5	<i>m</i>
1050	15	$\begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 1,5 \\ 1 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} + & 0,4 \\ - & 0,3 \end{Bmatrix}$	<i>sch</i>
1450	15	1 1 1	1	+ 0,3	<i>sch</i>
1970	20	1 0 0	2	+ 0,6	<i>m</i>

Die Spannung wurde von 2100 Volt an variiert.

Wir haben diese Messungen bei großen Einfallswinkeln durchgeführt, um Anschluß zu bekommen an die Untersuchung mit schnellen Kathodenstrahlen. Wie man weiß, ist die Lage der Elektroneninterferenzen mit schnellen Kathodenstrahlen (über 5000 kV) vollständig beschreibbar aus der de Broglie'schen Beziehung zusammen mit den optischen Interferenzgleichungen. Für langsame Elektronen (einige 100 Volt) hingegen treten Abweichungen auf, die man durch einen Brechungsindex der Elektronenwellen, bzw. durch ein inneres Potential, beschreiben kann. Im Übergangsgebiet (500—5000 Volt) fehlen bisher noch Messungen.

Von den für  $\vartheta = 85^\circ$  gefundenen fünf Maxima können wir vier beschreiben, ohne ein inneres Potential einführen zu müssen. Das Maximum bei 590 Volt hingegen führt zu einem inneren Potential  $E_0 = 10,5$  Volt. Es scheint also hier das auffällige Verhalten vorzuliegen, daß die Reflexion (100)  $n = 2$  zweimal vorkommt, einmal mit  $E_0 = 0$  und dann mit  $E_0 = 10,5$  Volt. Die Diskussion dieser bemerkenswerten Erscheinung sei hier zurückgestellt (vgl. Abschnitt IV). Das Maximum bei 1050 Volt kann sowohl der Reflexion (100) wie auch (110) zugeschrieben werden, ohne daß eine Entscheidung möglich ist. Es treten alle Maxima auf, die mit  $E_0 = 0$  wie mit  $E_0 = 10,5$  Volt innerhalb des untersuchten Spannungsbereiches überhaupt möglich sind.

b)  $\vartheta = 80^\circ 0'$ . Auch hier ist große Sorgfalt auf Einhaltung des Winkels verwendet worden. Tab. 2 gibt die gefundenen Maxima mit der von uns gewählten Indizierung für Wolfram-

Tabelle 2

Wolframblech im Vakuum erhitzt bei  $2500^\circ \text{C}$  $\vartheta = 80^\circ 0'$ 

$V$	$F$	$h\ k\ l$	$n$	$E_0$	$J$
120	$\pm 4$	1 0 0	1	+ 0,1	st
150	4	1 0 0	2	10,5	st
200	5	1 1 0	1,5	10,9	sch
225	5	1 1 0	1	0,8	sch
280	8	1 0 0	1,5	- 0,1	sch
375	8	1 1 1	1	- 0,1	sch
400	5	—	—	—	sch
440	8	1 0 0	2,5	10,1	sch

blech, das im Vakuum wiederholt auf  $2500^{\circ}$  erhitzt wurde. Die Spannung wurde ab 550 Volt variiert. Innerhalb dieses Bereiches treten vier Maxima auf, die mit Hilfe von  $E_0 = 0$  beschrieben werden können, drei andere jedoch lassen sich durch ein mittleres inneres Potential  $E_0 = 10,5$  Volt erklären. Ein Maximum kann mit diesem Schema nicht erklärt werden. In drei Fällen ist die Einführung halber Ordnungszahlen notwendig.

c)  $\vartheta = 75^{\circ}$  [Tab. 3a]. Das Wolframblech ist im Vakuum bei  $1800^{\circ}\text{C}$  wiederholt geglüht worden. Es wurden fünf Maxima gefunden, die sich alle durch ein mittleres inneres Potential  $E_0 = 10,3$  Volt erklären lassen. Für drei Maxima sind halbe Ordnungszahlen notwendig. Während also bei  $\vartheta = 85^{\circ}$  und  $80^{\circ}$  Maxima mit  $E_0 = 0$  auftraten, werden diese Maxima für  $\vartheta = 75^{\circ}$  nicht mehr merklich, ebenso fehlen sie für  $\vartheta = 60^{\circ}$  und  $30^{\circ}$ .

d)  $\vartheta = 60^{\circ}$  [Tab. 3b]. Erhitzung auf  $1800^{\circ}$ . Bei dieser wie bei der folgenden Messung mit  $\vartheta = 30^{\circ}$  haben wir die in Fig. 2 dargestellte Verspannung des Wolframbleches noch nicht benutzt. Gefunden wurden 13 Maxima. Zehn davon lassen sich durch ein mittleres inneres Potential  $E_0 = 10,5$  Volt erklären, wobei  $E_0$  zwischen 8,6 und 12,9 schwankt (vgl. hierüber die Diskussion der Fehlerquellen Abschnitt III). Sechs Maxima müssen mit halben Ordnungszahlen belegt werden. Das Maximum 172 Volt ist am Wolfram stets mit großer Intensität aufgetreten. Da die Erhitzung auf  $1800^{\circ}\text{C}$  nicht genügt, um die Wolframoberfläche vollständig zu reinigen, traten zwei Maxima auf, die wir an sauerstoffbedecktem Wolfram wiedergefunden haben. Zwei Maxima haben wir aus Reflexionen an (112) und (120) erklärt.

e)  $\vartheta = 30^{\circ}$  [Tab. 3c]. Erhitzung auf  $1800^{\circ}$ . Es wurden acht Maxima gefunden, vier davon lassen sich je zwei verschiedenen Reflexionen zuordnen, ohne daß eine Entscheidung möglich ist. Der Mittelwert des inneren Potentials beträgt  $E_0 = 10,9$  Volt. Die Einzelwerte schwanken zwischen 7 und 13 Volt.

f)  $\vartheta = 30^{\circ}$  [Tab. 4]. Wolframblech während der Messung auf  $500^{\circ}\text{C}$ . Das Wolframblech wurde vor der Messung wiederholt sehr hoch erhitzt. Die Temperatur konnte mit dem Pyrometer nicht genau gemessen werden, sie lag über  $3000^{\circ}\text{C}$  betragen haben. Es wurden sechs Maxima gefunden, davon

Tabelle 3a  
Wolframblech im Vakuum erhitzt bei 1800° C  
 $\vartheta = 75^\circ$

V	F	h k l	n	$E_0$
198	$\pm 2$	1 1 1	1,5	10
172	4	1 0 0	2,5	11,5
154	2	1 1 2	1	10,5
120	2	1 2 0	1	9,5
91	4	1 1 0	1,5	9,8

 $E_0 = 10,3$  Volt

Tabelle 3b  
Wolframblech im Vakuum erhitzt bei 1800° C  
 $\vartheta = 60^\circ$

V	F	h k l	n	$E_0$
268	$\pm 4$	1 0 0	4,5	9,5
235	5	1 1 1	2,5	11,9
220	4	1 1 0	3	12,9
199	2	1 0 0	4	10,6
163	4	1 1 2	1,5	10,5
154	4	1 1 0	2,5	8,6
149	4	1 0 0	3,5	9,0
139	2	1 1 1	2	10,5
124	4	1 2 0	1,5	11,5
98	4	1 0 0	3	9,5

 $E_0 = 10,5$  Volt

184 } identisch mit  $\begin{Bmatrix} 186 \\ 116 \end{Bmatrix} W + O_2$ .  
 116 }  
 172 nicht identifiziert.

Tabelle 3c  
Wolframblech im Vakuum erhitzt bei 1800° C  
 $\vartheta = 30^\circ$

V	F	h k l	n	$E_0$
185	$\pm 4$	1 1 0	4,5	12
167	5	$\begin{Bmatrix} 1 1 1 \\ 1 0 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 3,5 \\ 6 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 12 \\ 9 \end{Bmatrix}$
142	5	$\begin{Bmatrix} 1 1 0 \\ 1 2 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 4 \\ 2,5 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 13 \\ 10 \end{Bmatrix}$
116	5	$\begin{Bmatrix} 1 1 1 \\ 1 0 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 3 \\ 5 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 13 \\ 7 \end{Bmatrix}$
108	2	1 1 0	3,5	10,4
84	4	$\begin{Bmatrix} 1 2 0 \\ 1 0 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 2 \\ 4,5 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 11,6 \\ 12,5 \end{Bmatrix}$
74	2	1 1 0	3	11,5

 $E_0 = 10,9$  Volt

Tabelle 4

Wolfram erhitzt über 3000° C, gemessen bei etwa 500° C  
 $\vartheta = 30^\circ$ . Halbe Ordnungszahlen weggegangen

V	F	h k l	n	$E_0$
215	$\pm 5$	1 2 0	3	9
(165)	8	1 0 0	6	10)
144	4	1 1 0	4	12,5
(115)	5	1 0 0	5	7)
85	3	1 2 0	2	11
75	3	1 1 0	3	11
				$E_0 = 10,2 \text{ Volt}$

sind die zwei eingeklammerten sehr schwach und unsicher. Die Lage der Maxima stimmt innerhalb der Fehlergrenze mit der in Tab. 3c überein. Die Maxima bei 108 Volt ( $n = 3,5$ ) und 185 Volt ( $n = 4,5$ ), beides halbzahlige Maxima, sind verschwunden. Es scheinen also nur noch Maxima mit ganzen Ordnungszahlen vorhanden zu sein. Wir glauben, daraus schließen zu können, daß durch die Erhitzung über 3000° C die halbzahligen Maxima verschwunden sind. Doch ist der Schluß dadurch nicht ganz sicher, daß drei Maxima in ihrer Lage mit solchen Reflexionen zusammenfallen, die wir in Tab. 3c mit halben Ordnungszahlen belegen mußten. Der Mittelwert von  $E_0 = 10,2$  Volt mit Schwankungen der Werte von 7—12,5.

g)  $\vartheta = 30^\circ$ . Wolframblech während der Messung auf 2100° C erhitzt (Tab. 6). Diese Messung ist im nächsten Absatz beschrieben.

## 2. Messungen an sauerstoffbedecktem Wolfram

Nachdem die dem reinen Wolfram zukommenden Maxima bestimmt waren, wurde die Oberfläche der Einwirkung von Sauerstoff ausgesetzt. Durch Erhitzen von  $\text{KMnO}_4$ , das sich, mit Glaswolle bedeckt, in einem an die Röhre angeschmolzenen Gefäß befand, wurde ein Sauerstoffdruck von etwa 0,05 mm erzeugt, während das Wolframblech auf etwa 400° C erwärmt wurde. Der Sauerstoff wurde nach etwa 5 Minuten abgepumpt, und sodann wurden, natürlich ohne erneute Beschießung oder Erhitzung des Präparates, die Beugungsmessungen vorgenommen. Wir stellen die Ergebnisse in Tab. 5 zusammen.



Tabelle 5

## Wolfram mit Sauerstoffbedeckung

Wolframblech in Sauerstoff von etwa 0,05 mm Hg erhitzt bei etwa 400°C

a)  $\vartheta = 75^\circ$ 

$\begin{array}{l} V \\ 172 \} \\ 119 \} \end{array} \text{ reines W}$			
$V$	$F$	$n$	$d$
130	$\pm 4$	3	4,2

b)  $\vartheta = 60^\circ$ 

$\begin{array}{l} V \\ 235 \} \\ 220 \} \\ 172 \} \end{array} \begin{array}{l} \text{reines W} \\ \\ \\ \text{nicht identifiziert} \end{array}$			
$V$	$F$	$n$	$d$
206	$\pm 5$	6	4,67
186	2	5,5	4,46
160	4	5	4,32
118	4	4,5	4,36
$d = 4,45 \text{ \AA}$			

c)  $\vartheta = 30^\circ$ 

$\begin{array}{l} V \\ 142 \} \\ 108 \} \\ 84 \} \end{array} \text{ reines W}$			
$V$	$F$	$n$	$d$
154	$\pm 4$	8	4,36
126	2	7,5	4,47
102	4	7	4,59
93	3	6,5	4,46
$d = 4,47 \text{ \AA}$			

Mittelwert  $d = 4,46 \pm 0,1 \text{ \AA}$ Annahme:  $E_0 = 10,5 \text{ Volt}$  für die Sauerstoffschicht

a)  $\vartheta = 75^\circ$  (Tab. 5a). Hier haben wir drei Maxima gefunden, von denen zwei mit den Werten der Tab. 3a identisch sind, also dem reinen Wolfram angehören. Ein Maximum bei 130 Volt mag der Sauerstoffbedeckung zukommen.

b)  $\vartheta = 60^\circ$  (Tab. 5b) Hier traten zwei Maxima des reinen Wolfram auf, dazu das früher erwähnte Maximum bei 172 Volt. Vier Maxima sind neu, sie sind durch die Sauerstoffbedeckung hervorgerufen.

c)  $\vartheta = 30^\circ$  (Tab. 5c). Von den sieben gefundenen Maxima gehören drei dem reinen Wolfram zu, vier hingegen der sauerstoffbedeckten Schicht.

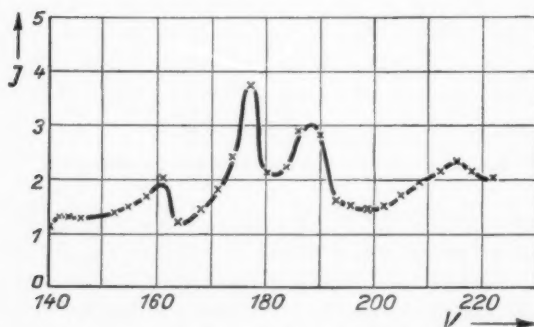
Wir haben also im ganzen neun neue Maxima gefunden, die mit der Sauerstoffbedeckung in Verbindung zu bringen sind. Die Diskussion dieser Maxima geben wir in Abschnitt VI.

d) Falls diese neuen Maxima wirklich der Sauerstoffbedeckung zukommen, so müssen sie wieder verschwinden, wenn das Wolframblech längere Zeit über  $1800^{\circ}\text{C}$  erhitzt wird. Es wurde daher das Wolframblech auf  $2100^{\circ}\text{C}$  erhitzt und bei dieser Temperatur Beugungsmessungen durchgeführt.

$\vartheta = 30^{\circ}$  (Tab. 6 und Fig. 4). *Wolframblech während der Messung auf  $2100^{\circ}\text{C}$ .* Es treten fünf Maxima auf, die sich

Tabelle 6  
Wolfram gemessen bei  $2100^{\circ}\text{C}$   
Oxydhaut weggegangen  $\vartheta = 30^{\circ}$

$V$	$F$	$hkl$	$n$	$E_0$
215	$\pm 10$	120	3	9
185	5	110	4,5	12
176	5	112	2,5	10
161	5	(100	6	15)
142	5	$\left\{ \begin{array}{l} 110 \\ 120 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 4 \\ 2,5 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 13 \\ 10 \end{array} \right.$



Elektronenbeugung an Wolframblech gemessen bei  $2100^{\circ}\text{C}$ ,  $\vartheta = 30^{\circ}$

Fig. 4

alle dem reinen Wolfram zuordnen lassen. Die Maxima der sauerstoffbedeckten Schicht sind alle verschwunden. Diese Feststellung ist allerdings dadurch nicht vollständig beweiskräftig, weil unterhalb 140 Volt keine Beugungsmaxima mehr auftraten.

Wie man aus Fig. 4 erkennt, sind bei diesen hohen Temperaturen die Beugungsmaxima noch sehr deutlich und scharf ausgeprägt, so besonders die Maxima bei 176 und 185 Volt. Mit der von uns gewählten Zuordnung der Maxima wird  $E_0$  im Mittel 10,8 V in Übereinstimmung mit den Werten bei Zimmertemperatur, wobei allerdings die Einzelwerte zwischen 9 und 12 (15 Volt) schwanken.

#### IV. Fehlerquellen

Die Voltlage der Maxima kann durch folgende Fehlerquellen verändert werden:

1. Spannungsabfall am Glühdraht. Dieser Fehler kann durch unmittelbare Messung des Spannungsabfalls ermittelt und in Rechnung gestellt werden.

2. Verlagerung des Glühdrahts während der Heizung. Der Glühdraht darf keine Spirale sein, da sich sonst die einzelnen Windungen gegeneinander verschieben und dadurch Fehler hervorgerufen werden könnten.

3. Kontaktpotential zwischen dem Gehäuse  $H$  und dem Präparat  $W$  (Fig. 1). Dieser Fehler liegt sicher unterhalb 1 Volt. Er ist von uns nicht berücksichtigt worden.

4. Geschwindigkeitsverteilung der Glühelektronen. Auch dieser Fehler ist nicht berücksichtigt, da er in der Größenordnung einiger Zehntel Volt liegt.

5. Spannungsänderung der Anodenbatterie  $B_A$  während der Messung. Diese Änderungen können mit dem Voltmeter  $V$  verfolgt werden.

6. Schwankungen in der Reproduzierbarkeit der Maxima. An gut gereinigten Oberflächen sind die Beugungszacken auf  $\pm 2 V$  reproduzierbar. Da ihre Intensität häufig schwankt, können kleinere Maxima in der Nähe größerer infolge der Überlagerung beider Kurven in ihrer Voltlage verschoben werden. Wir glauben, daß ein großer Teil der Schwankungen der  $E_0$ -Werte auf diese Schwankungen in der Reproduzierbarkeit der Maxima zurückzuführen ist.

7. Schwankungen der Strahlintensität. Der Elektronenstrom vom Glühdraht zur Blende  $B_1$  muß konstant gehalten werden. Für kleine Spannungen unterhalb des Sättigungsgebietes ist es aber nicht mehr möglich, auf konstante Stromstärke einzustellen,

ohne den Glühfaden zu gefährden. Hier wird der Ausschlag am Elektrometer  $C$  stets auf eine bestimmte Stromstärke reduziert. Durch Kontrollversuche ist geprüft, daß der Elektrometerausschlag in weiten Grenzen proportional zum Anodenstrom ist.

8. Abweichung des Einfallswinkels  $\vartheta$  von dem in Rechnung gesetzten Wert. Diese Abweichung kann außer durch die Ungenauigkeit bei der Herstellung des die Blenden, Präparat und Faradaykäfig tragenden Sockels auch durch geringe Durchbiegung des Präparates, z. B. durch Erhitzung verursacht sein. Aus der bei der Auswertung benutzten Gleichung für  $E_0$  folgt

$$dE_0 = -\cos^2 \vartheta dV + V \sin 2\vartheta d\vartheta.$$

Man sieht, daß für große  $\vartheta$ -Werte beträchtliche Fehler in der Bestimmung von  $E_0$  entstehen können. Noch für  $\vartheta = 60^\circ$  kann  $E_0$  durch eine Abweichung von  $\Delta\vartheta = 1^\circ$  um etwa 2 Volt gefälscht werden. Bei den Messungen der Tab. 3b und c können Verlagerungen im Winkel  $\vartheta$  um diesen Betrag vorgekommen sein.

9. Die geometrische Breite des Elektronenstrahls. Der aus der Blende  $B_1$  austretende Strahl hat eine maximale Öffnung von  $\frac{0,2}{10} = 0,2 \sim 80$  Minuten. Der Abstand  $B_1W$  beträgt 10 mm, also wird maximal eine Kreisfläche von 0,4 mm Durchmesser von den Elektronen getroffen.

10. Ablenkung des Elektronenstrahls im erdmagnetischen Feld. Für Untersuchungen unterhalb 100 Volt ist das erdmagnetische Feld zu kompensieren. Da die Abstände  $B_1W$  und  $WB_2$  etwa 10 mm betragen, ist für schnellere Elektronen die Ablenkung zu vernachlässigen.

Die hier gegebene Diskussion der Fehlerquellen bezieht sich auch auf alle früheren nach der Methode des festen Winkels ausgeführten Versuche.

#### V. Diskussion der Ergebnisse an reinem Wolfram

Wie bereits erwähnt, ist das Wolframblech vielkristallin. Bevorzugt ist die (100) Lage in der Walzebene, wie das Röntgenogramm ergab. Da der Elektronenstrahl auf eine Fläche von etwa  $0,5 \text{ mm}^2$  auffällt, ist die Wahrscheinlichkeit sehr groß, daß Kriställchen von den Strahlen getroffen werden, für die gerade die Bragg'sche Reflexionsbedingung erfüllt ist. Zur Er-

klärung der gefundenen Maxima müssen daher verschieden indizierte Ebenen des Wolframs herangezogen werden. Die Zuordnung erfolgt nach der schon öfter benutzten Beziehung

$$E_0 = \frac{150}{4} \left( \frac{n}{d} \right)^2 + V \cos^2 \vartheta.$$

Hierin sind  $V$  und  $\vartheta$  bekannt,  $d$  wird mit Hilfe der Millerschen Indizes aus der Gitterkonstanten  $a = 3,155 \text{ \AA}$  ausgewählt, ebenso wird die Ordnungszahl  $n$  ausgewählt unter Zulassung halber Ordnungszahlen. Die Zuordnung wird als richtig angesehen, wenn für das innere Potential  $E_0$  ein konstanter Wert gefunden wird. Es ist klar, daß bei dieser Methode der Zuordnung Fehler in der Indizierung auftreten können für den Fall, daß das innere Potential reelle Schwankungen mit der Strahlgeschwindigkeit<sup>1)</sup> aufweist. Bei der großen Zahl der von uns gefundenen Maxima glauben wir, daß nur in einzelnen Fällen Fehlindizierungen möglich sind, daß aber der Mittelwert des inneren Potentials doch genügend gesichert ist. Hierfür haben wir  $10,5 \pm 1$  Volt gefunden, unabhängig vom Einfallswinkel  $\vartheta$ .<sup>2)</sup> Dieser Mittelwert ist aus 37 Maxima berechnet.

Der gleiche Mittelwert gilt auch noch bei  $2100^\circ\text{C}$ . Das mittlere innere Potential scheint also sehr wenig temperaturabhängig zu sein.

In allen Fällen, in denen das Wolframblech bis  $2500^\circ\text{C}$  erhitzt wurde, mußten auch halbe Ordnungszahlen zur Erklärung der Maxima herangezogen werden. Bei der Messung der Werte der Tab. 4 jedoch, wo eine Erhitzung über  $3000^\circ\text{C}$  stattfand, sind keine halben Ordnungszahlen zur Erklärung erforderlich. Auch an Wolfram läßt sich also zeigen, was der eine von uns an anderen Metallen schon früher gefunden hat<sup>3)</sup>, daß

1) Über die Abhängigkeit von  $E_0$  von der kristallographischen Natur der reflektierenden Ebene vgl. M. v. Laue, Berliner Berichte. S. 26. 1930.

2) Aus den noch nicht abgeschlossenen Messungen wurde in „Leipziger Vorträge 1930“, S. 708, ein zu großer Mittelwert von 12 Volt angegeben. Mit dem jetzigen Mittelwert folgt für die Austrittsarbeit  $A$   $1,4 \pm 1$  Volt, also ein erheblich zu kleiner Wert gegenüber dem experimentell bekannten.

3) E. Rupp, Ann. d. Phys. 5. S. 453. 1930.

die halben Ordnungszahlen sich physikalisch von den ganzen unterscheiden und trennen lassen. Es ist möglich, daß auch hier Wasserstoffeinlagerung die halbzahligen Maxima verursacht hat.

Bei den Maxima der Tab. 3 ist eines, 172 Volt bei  $\vartheta = 60^\circ$ , nicht mit dem Schema des mittleren inneren Potentials  $E_0 = 10,5$  erklärbar. Da es aber stets auftritt, glauben wir, daß es dem Wolfram mit einem anderen inneren Potential zukommt.

Sehr überraschend war uns das Auftreten neuer Maxima bei den Messungen  $\vartheta = 80^\circ$  und  $85^\circ$ . Acht Maxima liegen gerade an der Stelle, wo sie für  $E_0 = 0$  zu erwarten wären. Besonders auffallend ist, daß für  $\vartheta = 80^\circ$  drei Maxima mit  $E_0 = 10,2$  und vier Maxima mit  $E_0 = 0$  gefunden wurden. Es scheinen also hier Maxima mit und ohne inneres Potential gleichzeitig aufzutreten.

Die Maxima mit  $E_0 = 0$  scheinen vom Einfallswinkel bzw. von der Strahlgeschwindigkeit abhängig zu sein. Für  $\vartheta = 85^\circ$  stehen vier Maxima mit  $E_0 = 0$  einem Maximum mit  $E_0 = 10,5$  gegenüber. Für  $\vartheta = 80^\circ$  sind beide Gruppen nahezu einander gleich. Für  $\vartheta = 75^\circ$  können alle fünf Maxima durch einen Mittelwert  $E_0 = 10,3$  erklärt werden. Ob man einzelne Maxima hiervon auch mit  $E_0 = 0$  bei anderer Indizierung deuten kann, haben wir nicht geprüft.

Das hier nur als vorläufig zu bezeichnende Ergebnis, daß bei größerem Einfallswinkel bzw. größeren Spannungen Maxima mit  $E_0 = 0$  zusammen mit solchen mit  $E_0 = 10,5$  gefunden werden, scheint außerordentlich wichtig für die Auffassung des inneren Potentials überhaupt zu sein. Wir behalten uns vor, hierüber noch genauere Untersuchungen durchzuführen mittels einer Apparatur mit veränderlichen Winkel.

#### VI. Diskussion der Ergebnisse an sauerstoffbedecktem Wolfram

In Tab. 5 sind die Maxima zusammengestellt, die nach der Sauerstoffbedeckung der Wolframoberfläche neu erschienen sind. Zur Deutung dieser Maxima sind wir ähnlich vorgegangen wie bei der Deutung der passiven Schicht auf Eisen. Wir haben angenommen, daß das mittlere Potential  $E_0 = 10,5$  Volt auch für die sauerstoffbedeckte Schicht gültig ist, und haben uns sodann

gefragt, ob sich ein konstanter Gitterabstand  $d$  für die gefundenen Maxima angeben läßt, wenn wir in der Gleichung

$$\frac{n}{d} = \sqrt{\frac{4(E_0 + V \cos^2 \vartheta)}{150}}$$

die Ordnungszahl  $n$  variieren unter Zulassung halber Ordnungszahlen. Das scheint in der Tat möglich zu sein, wie die Zusammenstellung in Tab. 5 ersehen läßt.

Für  $\vartheta = 60^\circ$  finden wir für aufeinanderfolgende Ordnungszahlen  $n = 4,5 - 6$  Werte für  $d$  von 4,32 bis 4,67 mit einem Mittelwert 4,45 Å.

Für  $\vartheta = 30^\circ$  finden wir ebenfalls für aufeinanderfolgende Ordnungszahlen  $n = 6,5 - 8$  Werte für  $d$  von 4,36—4,59 mit einem Mittelwert 4,47 Å.

Für  $\vartheta = 75^\circ$  tritt nur das Maximum bei 130 Volt hinzu. Es gäbe mit  $n = 3$ ,  $d = 4,2$  Å; doch ist diese Indizierung unsicher.

Wir möchten daher zusammenfassend schließen: *Die sauerstoffbedeckte Schicht auf Wolfram läßt sich durch einen ganz bestimmten Gitterabstand  $d = 4,46 \pm 0,1$  Å charakterisieren.*

In einer Fortsetzung der Untersuchung beabsichtigen wir, diesen Schluß durch Variation des Winkels  $\vartheta$  noch genauer zu prüfen.

In der Untersuchung des passiven Eisens mit Elektronenstrahlen haben wir nach dem gleichen Rechenschema für die passive Schicht des Eisens einen Gitterabstand  $d = 3,4 \pm 0,1$  Å gefunden. Wir glauben uns daher zu dem Schluß berechtigt: *In der passiven Schicht auf Eisen und in der Sauerstoffschicht auf Wolfram liegen die gleichen Bindungsverhältnisse von Gasatomen mit Metallatomen vor.*

Wir fragen weiter: Ist die Schicht als ein Wolframoxyd oder als eine einatomare Schicht im Sinne Langmuirs aufzufassen? An Eisen sowie an Wolfram wurde nur ein Gitterabstand gefunden, und nicht wie es für eine Verbindung zu erwarten wäre, mehrere Abstände entsprechend den Reflexionen an verschiedenen Ebenen. Wie eingangs erwähnt, hat Langmuir gezeigt, daß bei  $1800^\circ \text{C}$  die Sauerstoffschicht in kurzer Zeit abdampft; bei  $2100^\circ \text{C}$  wird das Abdampfen also noch schneller erfolgen. Wir haben nun in der Tat zeigen können, daß durch Temperaturerhöhung auf  $2100^\circ \text{C}$  die Sauerstoff-

bedeckung des Wolframs wieder verschwindet. Des weiteren ist die Sauerstoffschicht auf Wolfram wie die passive Schicht auf Eisen unabhängig von der kristallographischen Struktur der Unterlage gefunden worden, aber beeinflusst durch das innere Potential der Unterlage. Aus diesen Tatsachen glauben wir schließen zu können, daß bei Wolfram wie bei Eisen eine Sauerstoffschicht die Oberfläche bedeckt und daß die gefundenen Gitterabstände diese Schicht charakterisieren.

Die Schicht an Wolfram hat zwar die von Langmuir angegebenen Eigenschaften einer einatomaren Schicht. Trotzdem können wir aus unseren Versuchen *allein* nicht auf eine einfache Absättigung der Valenzen der Metallatome mit Sauerstoffatomen schließen, denn der gefundene Gitterabstand könnte sehr wohl auch mehreren Lagen von Gasatomen zukommen oder auch einer gesetzmäßigen Lösung des Sauerstoffs in Wolfram.

#### Zusammenfassung

Die Versuchsanordnung der Elektronenbeugung an Wolfram wird ausführlich beschrieben; die Fehlerquellen werden diskutiert.

Versuche an reinem Wolframblech mit den Einfallswinkeln  $\vartheta = 85, 80, 75, 60$  und  $30^\circ$  ergaben an 37 Maxima ein mittleres inneres Potential  $E_0 = 10.5 \pm 1$  Volt.

Bei den Einfallswinkeln  $\vartheta = 85^\circ$  und  $80^\circ$  wurden neben Maxima mit  $E_0 = 10.5$  auch noch Maxima mit  $E_0 = 0$  gefunden.

Versuche an sauerstoffbedecktem Wolfram ergaben neun neue Maxima, die durch einen Gitterabstand von  $4.46 \pm 0.1 \text{ \AA}$  gedeutet werden können unter Zugrundelegung des inneren Potentials des Wolframs.

Die mit Elektronenbeugung gefundene Sauerstoffschicht auf Wolfram hat die von Langmuir für eine einatomare Sauerstoffbedeckung angegebenen Eigenschaften.

Für die passive Schicht an Eisen gelten dieselben Gesetzmäßigkeiten wie für die Sauerstoffschicht auf Wolfram, sie scheint demnach auch einer Sauerstoffbedeckung zuzukommen.

Berlin, den 25. Oktober 1930.

(Eingegangen 7. November 1930)



# Namenregister zum Jahrgang 1930

## 5. Folge, Band 4—7

### A

- von Auwers, O. und Kerschbaum, H., Über Sperrschichtphotozellen I. 7, 129.

### B

- Backhaus, H., Das Schallfeld der kreisförmigen Kolbenmembran 5, 1.

- Baerwald, H. G., Über die Fortpflanzung von Signalen in dispergierenden Systemen. I. Teil. Allgemeine Grundlagen. Kontinuierliche Systeme ohne Verluste 6, 295. — II. Teil. Verlustarme kontinuierliche Systeme 7, 731.

- Badow, F., Neue Untersuchungen über die Auslöschung von Calciumphosphoren unter besonderer Berücksichtigung der Mischphosphore 6, 434.

- Bartels, H., Über Umladungen v. Wasserstoffkanalstrahlen beim Durchgang durch Gase und feste Körper 6, 957.

- Bauer, F., Über den Spannungseffekt bei Lösungen von Elektrolyten in Aceton 6, 253.

- Bechert, K., Die Intensitäten von Dubletlinien nach der Diracschen Theorie 6, 700.

- Bechmann, R., Zur Theorie der Strahlungskopplung von Kurzwellen-Antennensystemen 4, 829.

- Beeck, O., Die Ionisation von Edelgasen durch langsame Alkalitionen 6, 1001.

- v. Békésy, G., Über das Fechner'sche Gesetz und seine Bedeutung für die Theorie der akustischen Beobachtungsfehler und die Theorie des Hörens 7, 329.

- Berek, M., Abbildung eines ultramikroskopischen Elements mit rotationssymmetrischem Störungsfeld durch ein Mikroskop beliebiger Apertur im Dunkelfeld 4, 285.

- Bethe, H., Über die nichtstationäre Behandlung des Photoeffektes 4, 443. — Zur Theorie des Durchganges schneller Korpuskularstrahlen durch Materie 5, 325.

- Binkele, H. vgl. Trautz, M. 5, 561.

- Blumenthal, E., Die Messung des Peltiereffektes an Wolfram-Molybdän 7, 470.

- Bluth, M. vgl. Reinkober, O. 6, 785.

- Boas, W. und Rupp, E., Über Elektronenbeugung an sauerstoffbedecktem Wolfram 7, 983.

- Borelius, G. vgl. Wilner, T. 4, 316.

- Brazdziunas, P., Über den Starkeffekt an der Quecksilberresonanzlinie und sein Verhalten in magnetischen Feldern 6, 739.

- Bröse, H. L. und Saayman, E. H., Über Querschnittsmessungen an Nichtedelgas-Molekülen durch langsame Elektronen 5, 797. — Über Querschnittsmessungen an Nichtedelmolekülen. Antwort auf Bemerkungen von Hrn. E. Brüche 7, 588.

Brüche, E., Wirkungsquerschnitt und Molekelbau in der Kohlenwasserstoffreihe:  $\text{CH}_4$ – $\text{C}_2\text{H}_6$ – $\text{C}_3\text{H}_8$ – $\text{C}_4\text{H}_{10}$  4, 387. — Wirkungsquerschnitt und Molekelbau der Isomere von  $\text{C}_4\text{H}_{10}$  5, 281. — Bemerkung zur Arbeit von Bröse und Saayman: Über Querschnittsmessungen an Nichtedelmolekülen durch langsame Elektronen 7, 579. — Über Querschnittsmessungen an Nichtedelmolekülen. Schlußwort 7, 596.

Buchner, H., Die Messung der magnetischen Suszeptibilität von Gasen 7, 716.

Buss, P., Die Kirchhoffsche Konstante  $\gamma$  und ihre Abhängigkeit von der Temperatur 7, 601.

## C

Cisman, A., Beiträge zum Studium des Barkhauseneffektes 6, 825.

Clausing, P., Über das Kosinusetz der Zurückwerfung als Folge des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik 4, 533. — Die Formeln der Molekularströmung nach v. Smoluchowski und nach Gaede 4, 567. — Über die Adsorptionszeit und ihre Messung durch Strömungsversuche 7, 489 u. 521. — Über eine Messung der molekularen Geschwindigkeit und eine Prüfung des Kosinusetzes 7, 569.

Cohn, W. M., Über Normalmaterialien für Ausdehnungsmessungen an festen Körpern bis zu  $1400^\circ\text{C}$  4, 493.

Cohn-Peters, H. J. u. Lange, F., Statistische Schwankungen der quantenhaften Absorption von Röntgenstrahlen 4, 453.

## D

Delbrück, M., Quantitatives zur Theorie der homöopolaren Bindung 5, 36.

Deubner, A., Eine Präzisionsmethode zur Vergleichung von Elektrolytwiderständen bei Hochfrequenz 5, 305.

Deubner, W., Versuche über die Reflexion von Röntgenstrahlen an einem künstlich hergestellten Schichtenkörper 5, 261.

Deutsch, W., Bemerkungen zu einer Arbeit von Hans Schweitzer, Über die Aufladung kleiner Schwebeteilchen in der Koronantladung 4, 823.

Didlauskies, M., Schwankungserscheinungen und Lichtzerstreuung 5, 205.

## E

Ebbinghaus, E., Über die Messung der Lebensdauer angeregter Heliumatome und eine direkte Methode zur Bestimmung des Diffusionskoeffizienten angeregter Atome 7, 267.

Ebeler, L. und Hiedemann, E., Über den Träger der Schichtung des Wasserstoffs 5, 625.

Eckardt, A., Geschwindigkeitsverlust von H-Kanalstrahlen beim Durchgang durch feste Körper 5, 401.

Eggers, W., Über die Grenzen der Empfindlichkeit des Vakuum-Duantenelektrometers 7, 833.

Elert, D., Beiträge zur Optik endlicher Wellenzüge 7, 65.

Engel, K., Zur Theorie des Duantenelektrometers 4, 575.

## F

Fleischmann, R., Elektrisches und optisches Verhalten von Halbleitern. II. Äußere lichtelektrische Wirkung an Halbleitern 5, 73.

Frohberg, W., Über die Beweglichkeit von Ionen in Ionenstrahlen 5, 59.

Fröhlich, H., Zum Photoeffekt an Metallen 7, 103.

Funk, H., Über die Ionisierung von Alkaliatomen durch langsame Elektronen 4, 149.

## G

Gerlach, W., Wärmestrahlung oder Resonanzstrahlung der Kohlensäure? 4, 571. — Ramanspek-

- tra von kristallisierten und gelösten Nitratsalzen 5, 196.
- Gerlach, W. u. Schneiderhan, K., Ferromagnetismus und elektrische Eigenschaften. I. Widerstand, magnetische Widerstandsänderung und wahre Magnetisierung beim Curie-Punkt 6, 772.
- Germansky, B., Über ein optisches Verfahren zur Fourieranalyse 7, 453.
- Gerthsen, Ch., Über Ionisation und Reichweite von H-Kanalstrahlen in Luft und Wasserstoff 5, 657.
- Glaser, A., Über die beim Diamagnetismus der Gase gefundene Anomalie VI. Zur Kritik der Methode II. 4, 82.
- Goens, E., Über eine dynamische Methode zur Bestimmung der Temperaturabhängigkeit der elastischen Konstanten stabförmiger Proben bei tiefen Temperaturen 4, 733.
- Gordon, E. A. vgl. Pokrowski 4, 488.
- van Gulik, D., Über das ultraviolette Absorptionsspektrum des Chlorophylls 4, 450.
- Gundermann, H., Untersuchungen über den Einfluß starker elektrischer Felder auf die Dielektrizitätskonstante von Flüssigkeiten 6, 545.
- Gürsching, M. vgl. M. Trautz 4, 985.

H

- von Hámos, L., Optische Untersuchung der Funkenzündung in Luft von Atmosphärendruck mittels des Kerreffektes 7, 857.
- Hanle, W. u. Schaffernicht, W., Messung der Lichtausbeute im Quecksilberspektrum bei Elektronenstoßanregung 6, 905.
- Hertlein, H. F., Die Struktur der Kapillarschicht von Dipolflüssigkeiten 4, 188.
- Heuse, W. u. Otto, J., Über eine Neubestimmung des Grenz-

- wertes der Ausdehnungs- und Spannungskoeffizienten von Gasen. II. Neon 4, 778.
- Hiedemann, E. vgl. Ebeler, L. 5, 625.
- Hirsehorn, H. G., Filteruntersuchungen im ultraroten Spektrum 6, 985.
- Hollmann, H. E., Schwingungen in Dreielektrodenröhren mit positivem Gitter 5, 247.
- Hornbostel, J., Die Verwendung des Spitzenzählers zur Messung beliebig langsamer Elektronen 5, 991.

J

- Jaffé, G., Zur Methodik der kinetischen Gastheorie 6, 195.
- Johansson, C. H. und Linde, J. O., Kristallstruktur, elektrischer Widerstand, Thermokräfte, Wärmeleitfähigkeit, magnetische Suszeptibilität, Härte und Vergütungserscheinungen d. Systems AuPt in Verbindung mit dem Zustandsdiagramm 5, 762. — Kristallstruktur, elektrische Leitfähigkeit, Thermokräfte und Vergütungserscheinungen des Systems AgPt in Verbindung mit dem Zustandsdiagramm 6, 458. — Berichtigung zur Arbeit Kristallstruktur, elektrische Leitfähigkeit, Thermokräfte und Vergütungserscheinungen des Systems AgPt in Verbindung mit dem Zustandsdiagramm 7, 408.
- Joos, G., Die Jenaer Wiederholung des Michelsonversuchs 7, 385.

K

- Kaufmann, F. vgl. Trautz, M. 4, 581.
- Kellermann, K., Ein Verfahren zur Messung von Brechungsexponenten für Röntgenstrahlen 4, 185.
- Kerschbaum, H. vgl. v. Auwers, O. 7, 129.

Kessenich, W., Eine Bemerkung über die angenäherte Berechnung des Ausdruckes  $\frac{J_0(x)}{x J_0'(x)}$  5, 606.

von Keussler, V., Über Absorption der Feinstruktur der  $H_\alpha$ -Linie in angeregtem Wasserstoff 7, 225.

King, R., Eine zusammenfassende Untersuchung über stehende elektrische Drahtwellen 7, 805.

Kirchner, F., Über die Glimmentladung bei schnell wechselndem Feld, II 7, 798.

Kneschke, A., Über das Anwärmen strömender Flüssigkeiten in engen Röhren 5, 670. — Zur Theorie gedämpfter elektrischer Schwingungen 6, 186.

Knudsen, M., Radiometerdruck und Akkommodationskoeffizient 6, 129.

Kohl, W., Über die Beeinflussung der Kathodenstrahlreflexion an Aluminium und Platin durch Belichtung und die Realität der dabei auftretenden positiven und negativen Zusatzströme 6, 391.

Kollath, R., Beiträge zur Zerlegung des Wirkungsquerschnitts 5, 1017.

Kollath, R. vgl. Ramsauer, C. 4, 91 und 7, 176.

Kruger, G. vgl. Paschen, F. 7, 1.

Kühne, K., Unähnliche Abbildung zur Messung der Durchmesser von Fixsternen und Ultramikronen 4, 215.

Kulp, M. vgl. Weizel, W. 4, 971.

Kuntze, W., Beiträge zur Raumakustik 4, 1058.

Kunze, P., Eine Lichtquelle für Resonanzlinien 5, 793.

## L

Ladenburg, R., Untersuchungen über die physikalischen Vorgänge bei der sogenannten elektrischen Gasreinigung, I. Teil: Über die maximale Aufladung v. Schwebe-  
teilchen 4, 863.

Ladenburg, R. und Tietze, W., Untersuchungen über die physikalischen Vorgänge bei der sogenannten elektrischen Gasreinigung, II. Teil: Die Wirkung des elektrischen Windes 6, 581.

Lange, F. vgl. Cohn-Peters 4, 453.

Lau, E. und Reichenheim, O., Untersuchungen über Gasentladungen in Wasserstoff, II 5, 296.

von Laue, M. und Rupp, E., Über Elektronenbeugung an nichtmetallischen Einkristallen, 4, 1097.

von Laue, M., Notiz zur Dynamik der Randschichten eines Kristalls vom NaCl-Typus. Zusatz zu der vorhergehenden Arbeit von M. v. Laue und E. Rupp 4, 1121.

Levi, F., Über das Funkenpotential in Helium 6, 409.

Linek, W., Beiträge zur Raumakustik 4, 1017.

Linde, J. O. vgl. Johansson, C. H. 5, 762 und 7, 408.

Löhner, H., Über den quantenhaften Geschwindigkeitsverlust langsamer Elektronen in verdünnten Gasen 6, 50.

Ludwig, O. vgl. Trautz, M. 5, 887.

## M

Malsch, J., Die Bestimmung der optischen Konstanten von Metallen im Ultraviolett nach der Interferenzmethode 7, 360.

Meißner, W. und Voigt, B., Messungen mit Hilfe von flüssigem Helium XI. Widerstand der reinen Metalle in tiefen Temperaturen 7, 761 und 7, 892.

Melster, A. vgl. Trautz, M. 7, 409.

Meyer, E., Über die Elektronen- und positive Ionenemission von Wolfram-, Molybdän- und Tantalglühfäden in Kaliumdampf 4, 357.

Meyer, H. H., Über den Einfluß der Temperatur und gelöster Elektrolyte auf das monochromatische

- Debye - Scherrerdiagramm des Wassers 5, 701.  
 Moser, H., Über die Temperaturmessung mit dem Platinwiderstandsthermometer bis 1100° 6, 852.  
 Mühlhoff, W., Aktivität von Kalium und Rubidium gemessen mit dem Elektronenzählrohr 7, 205.  
 Müller, L., Bestimmung der Schmelzpunkte von Platinlegierungen 7, 9. — Bestimmung des Schmelzpunktes von Chrom mit Thermoelement 7, 48.

N

- Nasledow, D. N. und Schawarsky, P. W., Elektrizitätsdurchgang durch feste Dielektrika 5, 429. — Die Abhängigkeit des Ionisationsstromes im Zeresin von der Temperatur 6, 574.  
 Neunhoffer, M., Ultrarote Emissionsbanden bei hoher Dispersion (Nachtrag) 4, 352.  
 Ney-Valerius, F., Über den Dopplereffekt an langsamen Wasserstoffkanalstrahlen 6, 721.  
 Niessen, K. F. vgl. van der Pol 6, 273.

O

- Otto, J. vgl. Heuse, W., 4, 778.

P

- Paschen, F., Das Bogenspektrum des Quecksilbers Hg I. 6, 47.  
 Paschen, F. u. Kruger, G., Das Bogenspektrum des Kohlenstoffes C I. 7, 1.  
 Peierls, R., Zur Theorie der elektrischen und thermischen Leitfähigkeit von Metallen 4, 121. — Zwei Bemerkungen zur Theorie der Leitfähigkeit 5, 244.  
 Perucca, E., Elektrische Leitfähigkeit kathodenzerstäubter metallischer Schichten 4, 252.

Picht, J., Über die Richtung der Energieströmung in einer Zylinderwelle 4, 273.

Plettig, V., Über die Diffusionspotentiale 5, 735.

Pokrowski, G. I. u. Gordon, E. A., Über den Zusammenhang zwischen Intensität, Polarisation und Ablenkungswinkel bei der Ramanstrahlung 4, 488.

van der Pol, Balth. u. Niessen, K. F., Über die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen über eine ebene Erde 6, 273.

Possner, H., Konzentrations- und Spannungseffekt der Leitfähigkeit wässriger Elektrolytlösungen in Gegenwart von Rohrzucker 6, 875.

R

Ramsauer, C. u. Kollath, R., Über den Wirkungsquerschnitt der Nichtedelmoleküle gegenüber Elektronen unterhalb 1 Volt 4, 91. — Nachtrag 7, 176.

Ramsauer, C., Bemerkung zu den Wirkungsquerschnittsmessungen von H. L. Bröse und E. H. Saayman 6, 903.

Reichenheim, O. vgl. Lau 5, 296.

Reinkober, O. u. Bluth, M., Reststrahlen von einwertigen und zweiwertigen Fluoriden 6, 785.

Richter, E. F., Polarisationserscheinungen bei der stufenweisen Anregung von Quecksilberfluoreszenz 7, 293.

Riechmeier, O. vgl. Senftleben, H. 6, 105.

Roché, W., Bemerkungen zu der Arbeit von J. Schechtmann: „Über die Intensitätsmessung der Röntgenstrahlen nach der Ionisationsmethode“ 7, 375.

Rosenfeld, L., Zur Quantelung der Wellenfelder 5, 113.

Rosenthal, A. H., Die Wellenlängen des blauen Argonspektrums (mit Beiträgen zur Termanalyse) 4, 49.

Rumpf, E. u. Travniček, M., Über die Zusammensetzung der Ca-Sr-Sm-Sulfidmischphosphore 4, 725.

Rupp, E. vgl. v. Laue 4, 1097.

Rupp, E. vgl. Boas, W. 7, 983.

Rupp, E., Elektronenbeugung an adsorbierten Gasschichten auf Metallen 5, 453. — Erwiderung zu der Dissertation von H. Straub, „Über die Kohärenzlänge des von Kanalstrahlen emittierten Lichtes“ 7, 381.

## S

Saayman, E.H. vgl. Bröse, H.L. 5, 797 u. 7, 588.

Salzwedel, E., Entwicklung einer allgemeingültigen Formel für die Temperaturabhängigkeit des spez. Gewichtes einheitlicher Flüssigkeiten aus dem Experiment und damit in Zusammenhang stehende Fragen 5, 853. — Berichtigung 6, 544.

Samuel, E., Experimentaluntersuchung über die Brownsche Molekularbewegung 5, 677.

Sekell, O., Die Anisotropie des elektrischen Widerstandes von Quecksilberkristallen 6, 932.

Seeliger, R. u. Wulffhekel, H., Über den Materialverlust der Kathode von Metallbogen 6, 87.

Seemann, H., Zur Optik der Reflexion von Röntgenstrahlen in Kristallen III. 6, 1. — Zur Optik der Reflexion von Röntgenstrahlen an Kristallspaltflächen. IV. Vollständige Spektraldiagramme (Zonendiagramme) 6, 793. — Zur Optik der Reflexion von Röntgenstrahlen an Kristallen V. 7, 633.

Senftleben, H. und Riechmeier, O., Der Reaktionsverlauf bei der Bildung von molekularem Wasserstoff aus den Atomen 6, 105.

Sommerfeld, A. und Schur, G., Über den Photoeffekt in der K-Schale der Atome, insbesondere über die Vorellung der Photoelektronen 4, 409.

Sommerfeld, A., Erwiderung auf die Angriffe von Hrn. J. Stark (Ann. d. Phys. 4, 710, 6, 663 u. 681), 7, 889.

## Sch

Schaffernicht, W. vgl. Hanle, W. 6, 905.

Scharawsky, P. W. vgl. Nasledow, D. N. 5, 429; 6, 574.

Schechtmann, J., Über die Intensitätsmessung der Röntgenstrahlen nach der Ionisationsmethode 5, 153.

Schiele, J. und Wien, M., Über die Messung elektrolytischer Widerstände nach der Barrettermethode 7, 624.

Schmidt, F., Die spektralen Erregungsverteilungen der Phosphoreszenzbanden bei verschiedenen Temperaturen 4, 1127.

Schneiderhan, K. vgl. Gerlach, W. 6, 772.

Schur, G., Zur Richtungsverteilung der Photoelektronen der L-Schale 4, 433.

Schur, G., vgl. Sommerfeld, A. 4, 409.

Schuster, K., Zur Theorie des Tonraumes 4, 513. — Der Barkhausen-Kurz-Effekt nach der Wellenmechanik 7, 54.

Schweitzer, H., Über die Aufladung kleiner Schwebeteilchen in der Koronaentladung 4, 33.

## St

Stark, J., Die Axialität der Lichtemission und Atomstruktur. IV. Dissymmetrie der Lichtemission im Effekt des elektrischen Feldes 4, 607; V. Dissymmetrie d. Lichtemission im axialen Effekt der Kanalstrahlen 4, 665; VI. Folgerungen über den elementaren Vorgang der Lichtemission 4, 685; VII. Zur physikalischen Kritik eines Sommerfeldschen Theorems 4, 710; VIII. Gerichtete und polarisierte Röntgenstrahlung aus einem Kristall 6, 637; IX. Die

Axialität  
Kohl  
6, 66  
hal  
Stenz  
Strau  
Stobb  
phot  
Strau  
läng  
emit  
Strut  
Ante  
Erdl  
nung  
—  
trod  
4, 1  
Tamm  
eine  
in A  
pers  
Tietz  
6, 5  
Trau  
Krit  
tialh  
an  
ges  
leitv  
Trau  
Krit  
tialh  
an  
Nor  
Trau  
Die  
Diff  
VII  
Ne,  
mis  
Trau  
Die  
Diff  
Zur  
fun  
von  
Trau  
leit  
mis  
star

- Axialität der Valenzfelder des Kohlenstoff- und Stickstoffatoms 6, 663. — Die Kausalität im Verhalten des Elektrons 6, 681.
- Stenzel, H., Über die akustische Strahlung von Membranen 7, 947.
- Stobbe, M., Zur Quantenmechanik photoelektrischer Prozesse 7, 661.
- Straub, H., Über die Kohärenzlänge des von Kanalstrahlen emittierten Leuchtens 5, 644.
- Strutt, M. J. O., Strahlung von Antennen unter dem Einfluß der Erdbodeneigenschaften. C. Rechnung in zweiter Näherung 4, 1. — Schwingungen in Dreielektrodenröhren mit positivem Gitter 4, 17.

T

- Tammann, G., Die Entropien eines Kristalls und seiner Schmelze in Abhängigkeit von der Temperatur 5, 107.
- Tietze, W. vgl. Ladenburg, R. 6, 581.
- Trautz, M. und Gürsching, M., Kritik der elektrischen Differentialmethode zur Messung von  $C_v$  an Gasen. III. Abkühlungsgeschwindigkeit und Temperaturleitvermögen von Gasen 4, 985.
- Trautz, M. und Kaufmann, F., Kritik der elektrischen Differentialmethode zur Messung von  $C_v$  an Gasen. IV. Messungen. Die Normierung mit Argon 5, 581.
- Trautz, M. und Binkle, H., Die Reibung, Wärmeleitung und Diffusion in Gasmischungen. VIII. Die Reibung des  $H_2$ , He, Ne, Ar und ihrer binären Gemische 5, 561.
- Trautz, M. und Ludwig, O., Die Reibung, Wärmeleitung und Diffusion in Gasmischungen. IX. Zur Kenntnis der Konzentrationsfunktion der Diffusionskonstante von Gasen 5, 587.
- Trautz, M., Die Reibung, Wärmeleitung und Diffusion in Gasmischungen. X. Ganzahlige Konstantenverhältnisse und Quantenzahlenbeziehungen bei der Gasreibung 5, 919.
- Trautz, M. u. Melster, A., Die Reibung, Wärmeleitung und Diffusion in Gasmischungen. XI. Die Reibung von  $H_2$ ,  $N_2$ , Co,  $C_2H_4$ ,  $O_2$  und ihren binären Gemischen 7, 409.
- Trautz, M. u. Zinck, R., Die Reibung, Wärmeleitung und Diffusion in Gasmischungen. XII. Gasreibung bei höheren Temperaturen 7, 427.
- Travniček, M. vgl. Rumpf, E. 4, 725.
- Trosien, H., Über den Mechanismus der Entmagnetisierung 4, 109.
- Tutschewitsch, W. M., Durchgang des elektrischen Stromes durch festes Paraffin im Dunkeln und bei Röntgenbestrahlung 6, 622.

V

- Vegard, L., Die Spektren verfestigter Gase und ihre atomtheoretische Deutung 6, 487.
- Vermes, N., Eine allgemeine Behandlung der Verstärkung und Gleichrichtung von Elektronenröhren 4, 943. — Über die Leistungsverstärkung der Elektronenröhren 7, 257.
- Vette, E., Die Sekundärstrahlung fester Elemente in Abhängigkeit vom Material des Strahlers und der Härte der erregenden Röntgenstrahlen 5, 929.
- Vogt, W., Elektrisches und optisches Verhalten von Halbleitern. III. Elektrische Messungen an Kupferoxydul 7, 183.
- Voigt, B. vgl. Meissner, W. 7, 761 u. 892.

W

- Wagner, C., Über die thermodynamische Behandlung stationärer Zustände in nicht isothermen Systemen. II. Berichtigung und Ergänzung 6, 370.



- Weiß, C., Über die Abhängigkeit der Linienabsorption von der Helligkeit im Lichtbogen 4, 923.
- Weizel, W. u. Kulp, M., Über die Bandensysteme der Alkalidämpfe 4, 971.
- Wessel, W., Über den Wirkungsquerschnitt freier Atomkerne 5, 611.
- Wiegand, E., Widerstandsvergleichung mit Wechselstrom unter Verwendung von Verstärkerröhren 4, 781.
- Wien, K., Über die Trennung der Funken- und Bogenlinien von Sauerstoff und Stickstoff im äußersten Ultraviolett 5, 553.
- Wien, M. vgl. Schiele, J. 7, 624.
- Wilner, T. u. Borelius, G., Messung der Wärmeleitfähigkeit des Luftstickstoffs bis 500° C 4, 316.
- Wintergerst, E., Bestimmung der Diffusionszahl von Ammoniak gegen Luft 4, 323.
- Wissihak, F., Über das K-Ionisierungsvermögen schneller Elektronen 5, 507.
- Woernle, R., Die Absorption langwelliger Röntgenstrahlen von 2 bis 10 ÅE in leichten Elementen 5, 475.
- Wolf, K., Über das Einfangen von Elektronen durch Protonen 7, 937.
- Wulfhekel, H. vgl. Seeliger, R. 6, 87.
- Z**
- Zinck, R. vgl. Trautz 7, 427.
- Zaycoff, R., Über eine allgemeine Form der Diracschen Gleichung 7, 650.



C  
er  
ak  
ni-  
k-  
g-  
bis  
75.  
on  
37.  
R.

ine  
ang

V  
7

1  
9  
3  
0

XU

---

## Ato

Inha  
bindung

Die vo  
Chemie  
gliederu  
Der ers  
sikalisc  
zweiten  
Stickst  
mit ein

## Fo

Inha  
Optik  
Lichter  
stoffate  
matism  
Mit de  
handlu  
der At  
Gebiete  
Lichter  
stellung  
sind m  
tischen

Verl

---

Joh

---

# Atomstrukturelle Grundlagen der Stickstoffchemie

Von **Dr. Johannes Stark**, o. Univ.-Prof. für Physik

VI, 44 Seiten mit 93 Figuren. 1931. 8°.

Steif brosch. Rm. 3.90

**Inhalt:** 1. Teil: Allgemeine Erkenntnisse über Atomstruktur und Atombindung. 2. Teil: Bildungsarten der Valenzelektronen des Stickstoffatoms.

Die vorliegende Schrift macht den Versuch, die theoretische Entwicklung der Chemie in der bisherigen Richtung weiterzuführen und sie durch die Eingliederung von Ergebnissen der physikalischen Atomforschung zu vertiefen. Der erste Teil gibt eine Übersicht über die allgemeinen chemischen und physikalischen Erkenntnisse über Atomstruktur und Atombindung. In dem zweiten Teil werden die typischen Arten der Bindung von Valenzen des Stickstoffatoms an andere Atome in einem systematischen Zusammenhang mit einem Bilde von der Valenzstruktur des Stickstoffatoms gebracht.

# Fortschritte und Probleme der Atomforschung

Von **Dr. Johannes Stark**, o. Univ.-Prof. für Physik

VIII, 112 Seiten mit 11 Figuren. 1931, 8°.

Steif brosch. Rm. 4.80

**Inhalt:** Die großen Probleme der Physik in der Gegenwart. — Beiträge zur Optik der Atomstruktur. — Neue Erscheinungen betreffend Atomstruktur und Lichtemission. — Die Axialität der Valenzfelder des Kohlenstoff- und Stickstoffatoms. — Die Kausalität im Verhalten des Elektrons. — Über den Dogmatismus moderner Theorien in der Physik.

Mit den in der vorliegenden Schrift zusammengefaßten Vorträgen und Abhandlungen bietet der Verfasser eine Übersicht über die neueren Fortschritte der Atomforschung, insbesondere über seine neuesten Arbeiten auf diesem Gebiete und beleuchtet damit die großen Probleme der Atomstruktur und Lichtemission, deren Lösung noch aussteht. Die neuen theoretischen Vorstellungen, welche sich aus der Erfahrung der Atomforschung ableiten lassen, sind mit traditionellen Vorstellungen und modernen Theoremen von dogmatischem Charakter verglichen.

*Verlangen Sie bitte meinen ausführlichen Katalog „Naturwissenschaften“*

**Johann Ambrosius Barth / Verlag / Leipzig**

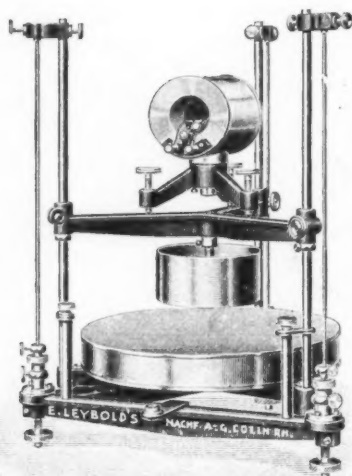
# **E. Leybold's Nachfolger A.-G.**

**KÖLN-BAYENTAL**

**Bonner Str. 500**

**BERLIN NW. 6**

**Luisenstr. 31a**



## **Erschütterungsfreie Aufstellung nach Rudolf Müller**

**D. R. P.**

(Abbildung mit Panzer-Galvanometer  
nach Paschen,  $\frac{1}{10}$  nat. Gr.)

**Sonderliste über elektrische Meßinstrumente  
auf Wunsch**

V  
7

1  
039

XU